



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Βελτιστοποίηση διατομής αμφιέρειστης  
δοκού προεντεταμένου σκυροδέματος**

**Φοιτητής : Γκάνας Κωνσταντίνος**

**Επιβλέπων : Φ. Κ. Περδικάρης  
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός**

**Βόλος, Νοέμβριος 2008**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.:	6766/1
Ημερ. Εισ.:	14-01-2009
Δωρεά:	Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός:	ΠΤ – ΠΜ
	2008
	ΓΚΑ

Αφιερώνεται στους γονείς μου,  
Νικόλαο και Όλγα

## ❖ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>Εισαγωγή</u> .....	2
1. <u>Οριακή κατάσταση λειτουργικότητας</u> .....	3
2. <u>Το Κόστος της Διατομής</u> .....	10
3. <u>Ορισμός της Διατομής</u> .....	10
4. <u>Διαδικασία Επίλυσης</u> .....	12
5. <u>Επιλύσεις</u> .....	17
<u>Συμπεράσματα</u> .....	44
<u>Βιβλιογραφία</u> .....	45

## ➤ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

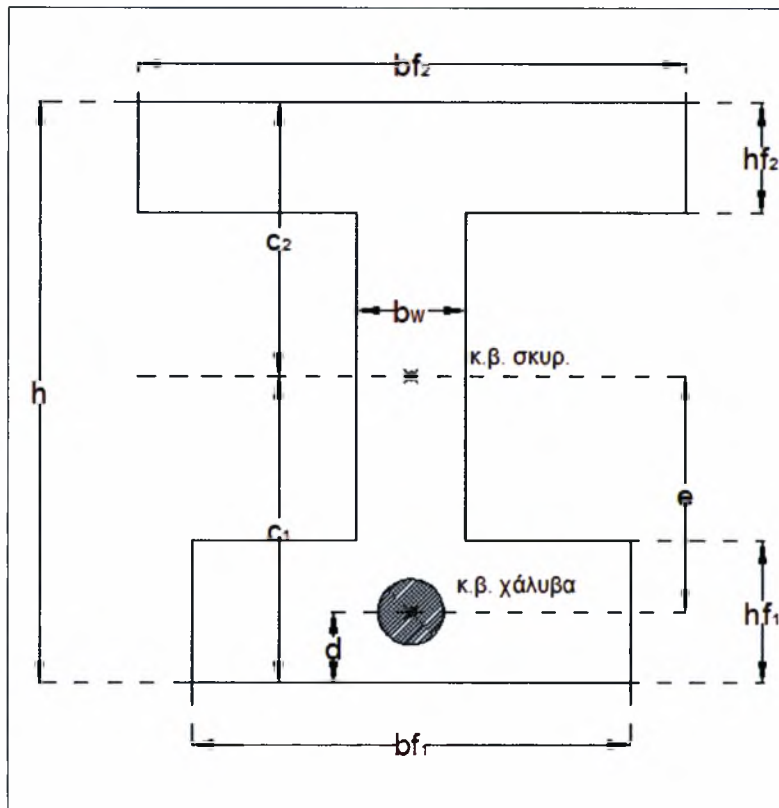
Σίγουρα στις μέρες μας αυτό το οποίο αποτελεί στόχο κάθε μηχανικού, εκτός φυσικά από την επίτευξη της απαραίτητης ασφάλειας μιας κατασκευής είναι και το ελάχιστο κόστος, το οποίο εξαρτάται από το σχετικό κόστος του σκυροδέματος και του χάλυβα που χρησιμοποιούμε. Μία λογική εκτίμηση θα ήταν πως το κόστος ελαχιστοποιείται όταν χρησιμοποιώ την ελάχιστη διατομή σκυροδέματος. Δεν αποτελεί όμως αυτό τον γενικό κανόνα, αλλά θα πρέπει να διερευνηθεί τι ισχύει για διάφορες τιμές του σχετικού κόστους των δύο υλικών. Αυτό είναι το θέμα με το οποίο πραγματεύεται αυτή η διπλωματική εργασία εξετάζοντας όμως αποκλειστικά διατομές προεντεταμένου σκυροδέματος.

Στόχος της εργασίας ήταν να καταλήξουμε στην δημιουργία πινάκων και διαγραμμάτων τα οποία θα απεικονίζουν την μεταβολή του κόστους μιας διατομής προεντεταμένου σκυροδέματος ανάλογα με το μήκος της δοκού, τα φορτία τα οποία δέχεται, τον τύπο του σκυροδέματος και φυσικά της γεωμετρίας της διατομής. Κάτι τέτοιο φυσικά ήταν αδύνατο να γίνει άμεσα και χωρίς κάποιες θεωρήσεις έτσι ώστε να απλουστευτεί το πρόβλημα αλλά ταυτόχρονα και να εξειδικευτεί καταλήγοντας έτσι στην εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν μία συγκεκριμένη ομάδα και έναν συγκεκριμένο τύπο διατομών. Για τον λόγο αυτό στην επίλυση θεωρώ ότι έχω μία αμφιέριστη δοκό και οι υπολογισμοί γίνονται με βάση την οριακή κατάσταση λειτουργικότητας. Δεν εξετάζω δηλαδή οριακή κατάσταση αστοχίας (σε κάμψη ή σε τέμνουσα). Ουσιαστικά, κάνω μία προεκτίμηση της κρίσιμης διατομής με το ελάχιστο κόστος η οποία φυσικά αργότερα μπορεί είτε να είναι αποδεκτή είτε όχι, ανάλογα με τον απαραίτητο έλεγχο για την αντοχή της. Επιλέχθηκαν ορισμένοι αντιπροσωπευτικοί συνδυασμοί των παραπάνω παραμέτρων οι οποίοι παρουσιάζονται παρακάτω εκτενέστερα. Έτσι ουσιαστικά δημιουργήθηκε μία γενική φόρμα στο excel από την οποία εξήχθησαν τα αποτελέσματα για διάφορους συνδυασμούς.

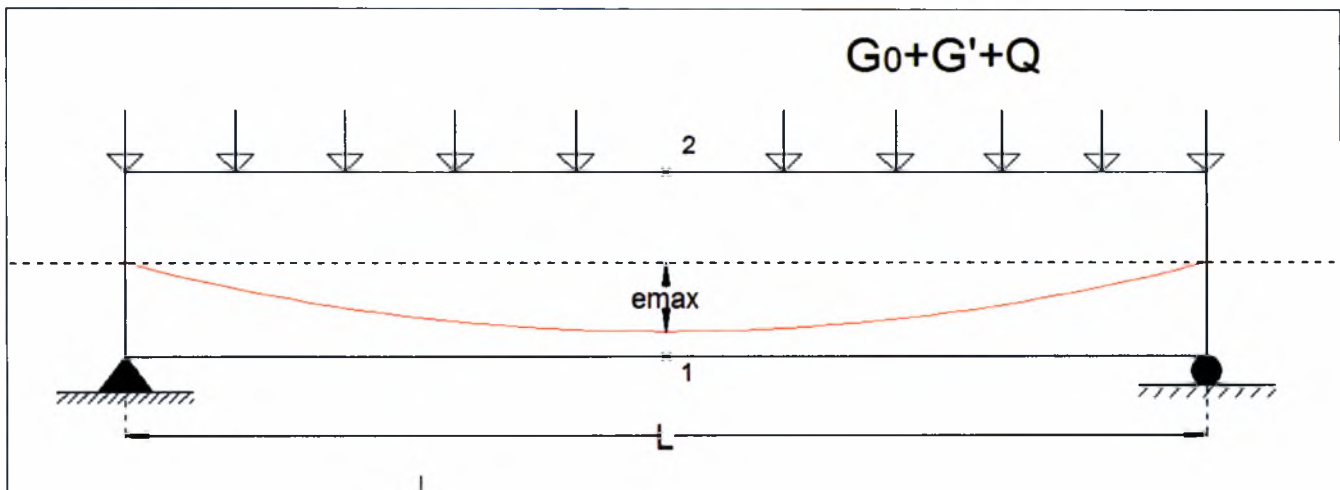
Η επίλυση έγινε θεωρώντας ένα γραμμικό μαθηματικό μοντέλο ενώ χρησιμοποιήθηκε ο βελτιστοποιητής του excel με περιορισμούς που προέκυψαν από τις εξισώσεις των επιτρεπόμενων τάσεων στην κρίσιμη διατομή στην πάνω και κάτω ίνα της διατομής, οι οποίες αποτέλεσαν και τη βάση ουσιαστικά για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

## 1. ΟΡΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑΣ

Η διατομή διπλού T (σχήμα 1.1) την οποία εξετάζουμε είναι για αμφιέριστη δοκό προεντεταμένου σκυροδέματος με παραβολική χάραξη τενόντων (μεταβλητή εκκενρότητα) όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2 , ενώ παραμένει σταθερή σε όλο το μήκος της δοκού.



Σχήμα 1.1



Σχήμα 1.2



Αρχικά ελέγχω τις τάσεις του σκυροδέματος στην κρίσιμη διατομή στην πάνω και κάτω ίνα της διατομής σε δύο φάσεις:

- Φάση I :  $P_0 + G_0$  (εν κενώ) - αρχική προένταση
- Φάση II :  $P_e + G_0 + G' + Q$  - τελική φάση λειτουργίας

Λόγω του ότι έχω παραβολική χάραξη τενόντων η κρίσιμη διατομή είναι στο μέσον της δοκού, αφού εκεί αναπτύσσονται οι μέγιστες τάσεις. Οι εξισώσεις των επιτρεπόμενων τάσεων στην κρίσιμη διατομή είναι οι παρακάτω :

#### Φάση I

$$-\frac{P_0}{A_c} + \frac{P_0 \cdot e}{w_2} - \frac{M_{G_0}}{w_2} \leq f_{ctI}^* \quad (\text{πάνω ίνα}) \quad (1.1)$$

$$-\frac{P_0}{A_c} - \frac{P_0 \cdot e}{w_1} + \frac{M_{G_0}}{w_1} \geq f_{ccI}^* \quad (\text{κάτω ίνα}) \quad (1.2)$$

#### Φάση II

$$-\frac{P_e}{A_c} + \frac{P_e \cdot e}{w_2} - \frac{M_{G_0} + M_{G'+Q}}{w_2} \geq f_{ccII}^* \quad (\text{πάνω ίνα}) \quad (1.3)$$

$$-\frac{P_e}{A_c} - \frac{P_e \cdot e}{w_1} + \frac{M_{G_0} + M_{G'+Q}}{w_1} \leq f_{ctII}^* \quad (\text{κάτω ίνα}) \quad (1.4)$$

όπου :

$P_0$  = αρχική δύναμη προέντασης μετά τις στιγμιαίες απώλειες (kN)

$e$  = εκκεντρότητα προεντεταμένου χάλυβα (m)

$L$  = άνοιγμα δοκού (m)

$M_{G_0} = \frac{G_0 \cdot L^2}{8}$  = καμπτική ροπή λόγω ιδίου βάρους δοκού (kN·m)

$G_0 = A_c \cdot \gamma_c$  = ίδιο βάρος δοκού (kN/m)

$\gamma_c$  = ειδικό βάρος οπλισμένου σκυροδέματος = 25 kN/m<sup>3</sup>

$$M_{G'+Q} = \frac{(G'+Q) \cdot L^2}{8} = \text{καμπτική ροπή λόγω πρόσθετου μόνιμου φορτίου}$$

επικάλυψης,  $G'$  και κινητού φορτίου,  $Q$  (kN·m).

$$P_e = R \cdot P_0 = \text{δύναμη προέντασης μετά τις χρόνιες απώλειες } \sigma \text{ (kN)}$$

$$R = \text{συντελεστής χρόνιων απωλειών}$$

$$A_c = \text{εμβαδό διατομής σκυροδέματος (m}^2\text{)}$$

$$f_{ccI}^* = -0,6 \cdot f_{ck} = \text{επιτρεπόμενη θλιπτική τάση κάτω ίνας στην φάση I (MPa)}$$

$$f_{ccII}^* = -0,6 \cdot f_{ck} = \text{επιτρεπόμενη θλιπτική τάση πάνω ίνας στην φάση II (MPa)}$$

$$f_{ck} = \text{χαρακτηριστική θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος (MPa)}$$

$$f_{ctI}^* = f_{ctk0.05} = \text{επιτρεπόμενη εφελκυστική τάση πάνω ίνας στην φάση I (MPa)}$$

$$f_{ctII}^* = f_{ctk0.05} = \text{επιτρεπόμενη εφελκυστική τάση κάτω ίνας στην φάση II (MPa)}$$

$$f_{ctk0.05} = \text{χαρακτηριστική εφελκυστική αντοχή σκυροδέματος για ποσοστημόριο αστοχίας 5 \% (MPa) (ΕΚΩΣ 2000 / §2.4 / Πίνακας 2.1 )}$$

$$w_1 = \frac{I_C}{c_1} = \text{διαθέσιμη ροπή αντίστασης της κάτω ίνας της διατομής (m}^3\text{)}$$

$$w_2 = \frac{I_C}{c_2} = \text{διαθέσιμη ροπή αντίστασης της πάνω ίνας της διατομής σε (m}^3\text{)}$$

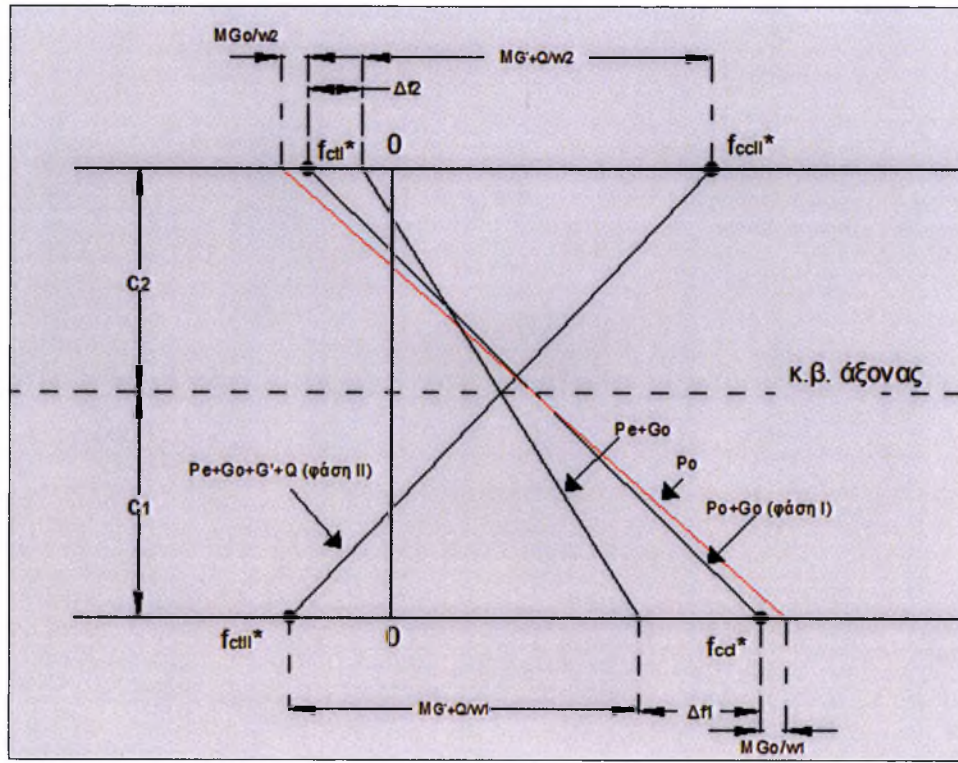
$$I_C = \text{ροπή αδράνειας της διατομής (m}^4\text{)}$$

$$c_1 = \text{απόσταση κέντρου βάρους (κ.β.) διατομής από κάτω ίνα (βλ. Σχήμα 1.1) (m)}$$

$$c_2 = \text{απόσταση κέντρου βάρους διατομής από πάνω ίνα (βλ. Σχήμα 1.1) (m)}$$

Η κατανομή των ορθών τάσεων του σκυροδέματος στο μέσον του ανοίγματος αμφιέρειστης προεντεταμένης δοκού για παραβολική χάραξη των τενόντων φαίνεται στο Σχήμα 1.3.





Σχήμα 1.3

Παρατηρώντας το σχήμα μπορούμε να υπολογίσουμε τις απαιτούμενες ροπές αντίστασης στην πάνω και κάτω ίνα αντίστοιχα. Έχουμε λοιπόν για την κάτω ίνα :

$$f_{ctII}^* - f_{ccI}^* - (1 - R) \cdot \left[ -f_{ccI}^* + \frac{M_{G_0}}{w_1} \right] = \frac{M_{G'+Q}}{w_1},$$

όπου :  $\Delta f_1 = (1 - R) \cdot \left[ -f_{ccI}^* + \frac{M_{G_0}}{w_1} \right]$  που μας δείχνει την μετάβαση από  $P_0$  σε  $P_e$ .

$$\Rightarrow f_{ctII}^* - f_{ccI}^* + (1 - R) \cdot f_{ccI}^* - (1 - R) \cdot \frac{M_{G_0}}{w_1} = \frac{M_{G'+Q}}{w_1}$$

$$\Rightarrow f_{ctII}^* - R \cdot f_{ccI}^* = \frac{M_{G_0} \cdot (1 - R)}{w_1} + \frac{M_{G'+Q}}{w_1}$$

Με τον ίδιο τρόπο δουλεύουμε και για την πάνω ίνα και καταλήγουμε στις εξισώσεις :

$$w_{1req} = \frac{(1-R) \cdot M_{G_0} + M_{G'+Q}}{f_{ctII}^* - R \cdot f_{ccI}^*} \quad (\text{κάτω ίνα}) \quad (1.5)$$

$$w_{2req} = \frac{(1-R) \cdot M_{G_0} + M_{G'+Q}}{R \cdot f_{ctI}^* - f_{ccII}^*} \quad (\text{πάνω ίνα}) \quad (1.6)$$

Οι διαθέσιμες ροπές αντίστασης  $w_{1prov}$  και  $w_{2prov}$  θα πρέπει να είναι μεγαλύτερες από τις απαιτούμενες. Οπότε έχουμε :

$$w_{1prov} = \frac{I_C}{c_1} \geq w_{1req} = \frac{(1-R) \cdot M_{G_0} + M_{G'+Q}}{f_{ctII}^* - R \cdot f_{ccI}^*} \quad (1.7)$$

$$w_{2prov} = \frac{I_C}{c_2} \geq w_{2req} = \frac{(1-R) \cdot M_{G_0} + M_{G'+Q}}{R \cdot f_{ctI}^* - f_{ccII}^*} \quad (1.8)$$

Αυτό το οποίο επιθυμούμε είναι η βέλτιστη λύση  $P_0$  και  $e$  στη κρίσιμη διατομή της δοκού (μέσο ανοίγματος). Δηλαδή την ελάχιστη δύναμη προέντασης  $P_0$  και την μέγιστη εκκεντρότητα  $e$ . Με βάση τις Εξ. 1.1 έως και 1.4 για κάποια διατομή δεδομένη θεωρώντας ως αγνώστους τα  $P_0$  και  $e$  βρίσκουμε,

$$(1.1) \Rightarrow \frac{A_c}{P_0} \cdot \left( f_{ctI}^* + \frac{M_{G_0}}{w_2} \right) \geq -1 + \frac{e}{k_1}$$

όπου :

$$k_1 = \frac{w_2}{A_c} \quad \text{και} \quad k_2 = \frac{w_1}{A_c}$$

Άρα :

$$\frac{f_{ctI}^* \cdot w_2}{P_0} + \frac{M_{G_0}}{P_0} \geq -k_1 + e \quad \text{και}$$

$$\frac{1}{P_0} \geq \frac{-1 + \frac{e}{k_1}}{\left( f_{ctI}^* + \frac{M_{G_0}}{w_2} \right) \cdot A_c} \quad (1.9)$$

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτουν αντίστοιχα και οι παρακάτω ανισώσεις :

$$\frac{1}{P_0} \geq \frac{-1 + \frac{e}{k_2}}{\left( -f_{ccI}^* + \frac{M_{G_u}}{w_1} \right) \cdot A_c} \quad (1.10)$$

$$\frac{1}{P_0} \leq \frac{R \cdot \left( -1 + \frac{e}{k_1} \right)}{\left( f_{ccII}^* + \frac{M_{tot}}{w_2} \right) \cdot A_c} \quad (1.11)$$

$$\frac{1}{P_0} \leq \frac{R \cdot \left( 1 + \frac{e}{k_2} \right)}{\left( -f_{ctII}^* + \frac{M_{tot}}{w_1} \right) \cdot A_c} \quad (1.12)$$

όπου :

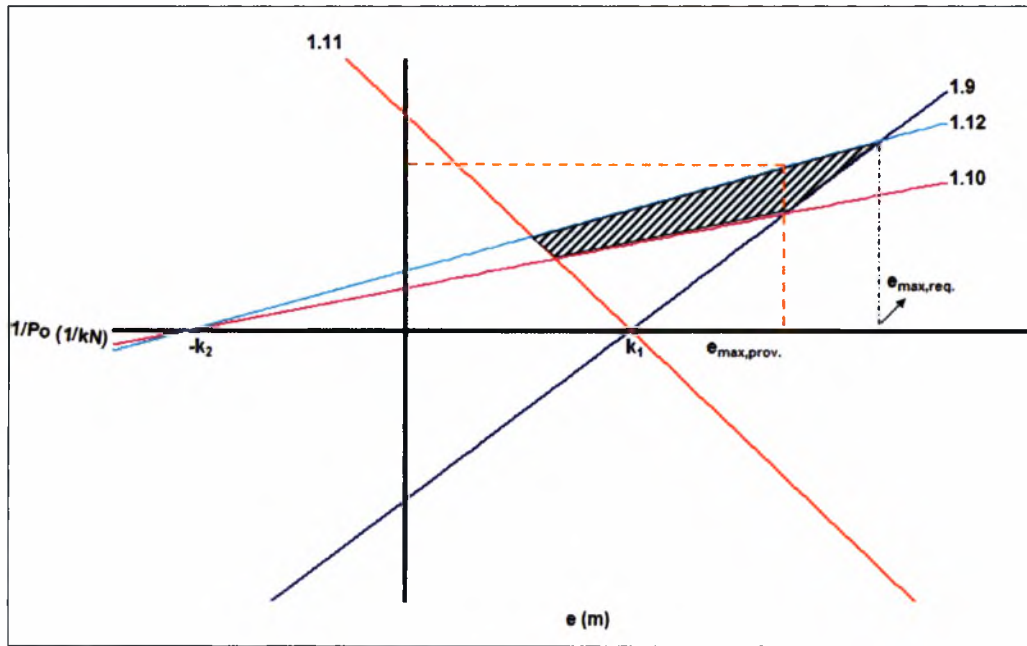
$$M_{tot} = M_{G^*+Q} + M_{G_u}$$

Οι ανισώσεις 1.9 έως και 1.12 ως εξισώσεις αποτελούν ευθείες της μορφής  $y = A \cdot x + B$ . Έτσι δύναται να κατασκευαστεί ένα διάγραμμα όπου στον άξονα των  $x$  έχω την εκκεντρότητα  $e$  ενώ στον  $y$  τον λόγο  $1/P_0$ . Το διάγραμμα αυτό που ονομάζεται Magnel, ( βλ. Σχήμα 4) μας υποδεικνύει μια επιτρεπόμενη περιοχή (διαγραμμισμένη περιοχή) , στην οποία ικανοποιούνται οι εξισώσεις των επιτρεπομένων τάσεων 1.1 έως 1.4 και από την οποία επιλέγουμε την βέλτιστη λύση μας. Δηλαδή  $\max ( 1/P_0 )$  και  $\max e$ . Το διάγραμμα Magnel αφορά το μέσον του ανοίγματος (κρίσιμη διατομή) άρα ένα ορισμένο εμβαδό, μία ορισμένη ροπή αδράνειας και δεδομένες τιμές των διαθέσιμων ροπών αντίστασης  $w_{1prov}$  και  $w_{2prov}$  καθώς και δεδομένη μέγιστη καμπτική ροπή. Οι Εξ. 1.9 και 1.11 μηδενίζονται για  $e = k_1$  ενώ οι 1.10 και 1.12 για  $e = -k_2$  αντίστοιχα. Προσοχή πρέπει να δίνουμε στο πρόσημο του παρανομαστή της Εξ. 1.11 (αν είναι αρνητικό αντιστρέφω την φορά της ανίσωσης μου, όπως στο σχήμα 1.4), ενώ επιλέγοντας την  $e_{max}$  από το διάγραμμα πρέπει να βεβαιωθώ αν η διατομή την διαθέτει. Αν ισχύει δηλαδή :

$$e_{max} \leq e_{max,prov} = c_1 - d \quad (1.13)$$

όπου :

$$d = \text{επικάλυψη προεντεταμένου χάλυβα (ΕΚΩΣ / §5.1) σε mm (βλ. Σχήμα 1.1)}$$



Σχήμα 1.4

Τέλος παρατηρώντας την γραμμική εξάρτηση των εξισώσεων των επιτρεπόμενων τάσεων του σκυροδέματος 1.1 έως και 1.4 ως προς τις μεταβλητές  $e$  και  $1/P_0$  μπορούμε να τις μετασχηματίσουμε στην παρακάτω μορφή :

$$-e \cdot \frac{1}{k_1} + \frac{A_c}{P_0} \cdot \left( f_{ctI}^* + \frac{M_{G_0}}{w_2} \right) \geq -1 \quad (1.14)$$

$$-e \cdot \frac{1}{k_2} + \frac{A_c}{P_0} \cdot \left( -f_{ccI}^* + \frac{M_{G_0}}{w_1} \right) \geq 1 \quad (1.15)$$

$$-e \cdot \frac{R}{k_1} + \frac{A_c}{P_0} \cdot \left( f_{ccII}^* + \frac{M_{tot}}{w_2} \right) \leq -R \quad (1.16)$$

$$-e \cdot \frac{R}{k_2} + \frac{A_c}{P_0} \cdot \left( -f_{ctII}^* + \frac{M_{tot}}{w_1} \right) \leq R \quad (1.17)$$

## 2. ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Το κόστος της κρίσιμης διατομής ανά μέτρο μήκος της δοκού είναι μία συνάρτηση του κόστους του σκυροδέματος καθώς και του χάλυβα προέντασης που θα χρησιμοποιήσω και έχει την μορφή :

$$C_T = \text{κόστος δοκού/m} = (U_C \cdot A_C) + (U_S \cdot A_S) \quad (2.1)$$

όπου :

- $U_C$  = μονάδα κόστους σκυροδέματος σε €/m<sup>3</sup>
- $U_S$  = μονάδα κόστους χάλυβα προέντασης σε €/ m<sup>3</sup>
- $A_C$  = εμβαδό σκυροδέματος σε m<sup>2</sup>
- $A_S$  = εμβαδό χάλυβα προέντασης σε m<sup>2</sup>

Φυσικά η τιμή των  $U_C$  και  $U_S$  διαφέρει από χώρα σε χώρα.

Για την εύρεση του σχετικού κόστους της διατομής σε m<sup>2</sup> μετασχηματίζουμε την Εξ. 2.1 ως εξής :

$$RC = \frac{C_T}{U_C} \Rightarrow \frac{U_C \cdot A_C}{U_C} + \frac{U_S \cdot A_S}{U_C} \quad \text{άρα}$$

$$RC = A_C + n \cdot A_S \quad (2.2)$$

$$\text{όπου : } n = \frac{U_S}{U_C}$$

Οι τιμές του  $n$  κυμαίνονται συνήθως από 50 έως και 800.

## 3. ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Όπως προανέφερα η διατομή η οποία τελικά επελέχθη είναι της μορφής διπλού T (double T-beam). Ω βασικές διαστάσεις της διατομής θεωρήθηκαν το ολικό της ύψος  $h$  (m) και το πλάτος του κορμού  $b_w$  (m). Εν συνεχεία εισάγω κάποιους σταθερούς, μη αρνητικούς αδιάστατους γεωμετρικούς συντελεστές  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  τέτοιους ώστε (βλ. Σχήμα 1.1) :

$$\blacksquare \quad h_{f1} = \lambda_1 \cdot h \quad \text{το ύψος του κάτω πέλματος της διατομής,} \quad (3.1)$$

$$\blacksquare \quad h_{f2} = \lambda_2 \cdot h \quad \text{το ύψος του άνω πέλματος της διατομής,} \quad (3.2)$$

$$\blacksquare \quad b_{f1} = \lambda_3 \cdot b_w \quad \text{το πλάτος του κάτω πέλματος της διατομής και} \quad (3.3)$$

$$\blacksquare \quad b_{f2} = \lambda_4 \cdot b_w \quad \text{το πλάτος του άνω πέλματος της διατομής.} \quad (3.4)$$

Η κάθε επίλυση πραγματοποιείται για δεδομένες τιμές των γεωμετρικών αυτών συντελεστών,  $\lambda_i$ .

### **Εμβαδόν διατομής**

$$A_c = B \cdot b_w \cdot h, \quad (3.5)$$

όπου :

$$B = [\lambda_3 \cdot \lambda_1 + \lambda_4 \cdot \lambda_2 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2)], \quad (3.6)$$

που προκύπτει με την βοήθεια των Εξ. 3.1 έως και 3.4.

### **Κέντρο βάρους διατομής**

Θεωρώντας ως βοηθητικό άξονα αυτόν που διέρχεται από την άνω ίνα της διατομής βρέθηκε το κέντρο βάρους σύμφωνα με την σχέση :

$$c_2 = C \cdot h \quad (3.7)$$

όπου :

$$C = \frac{[\lambda_3 \cdot \lambda_1 \cdot (2 - \lambda_1) + \lambda_2^2 \cdot \lambda_4 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \cdot (1 - \lambda_1 + \lambda_2)]}{2 \cdot [\lambda_3 \cdot \lambda_1 + \lambda_4 \cdot \lambda_2 \cdot (1 - \lambda_1 - \lambda_2)]} \quad (3.8)$$

Άρα :

$$c_1 = h - c_2 \quad (3.9)$$

### **Ροπή αδράνειας διατομής**

Η ροπή αδράνειας της διατομής υπολογίστηκε από τον παρακάτω τύπο :

$$IC = D \cdot b_w \cdot h^3 \quad (3.10)$$

όπου :

$$D = \left[ \frac{\lambda_3 \cdot \lambda_1^3}{12} + \lambda_3 \cdot \lambda_1 \cdot \frac{(2C - 2 + \lambda_1)^2}{4} + \frac{\lambda_4 \cdot \lambda_2^3}{12} + \lambda_4 \cdot \lambda_2 \cdot \frac{(2C - \lambda_2)^2}{4} + \frac{(1 - \lambda_1 - \lambda_2)^3}{12} + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \cdot \frac{(2C - 1 + \lambda_1 - \lambda_2)^2}{4} \right] \quad (3.11)$$



#### 4. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2 η εξίσωση την οποία θέλω να ελαχιστοποιήσω είναι η Εξ. 2.2 του σχετικού κόστους.

Λαμβάνοντας τιμές των γεωμετρικών συντελεστών  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  τέτοιες ώστε :

- $\lambda_1 > \lambda_2$  και
- $\lambda_3 < \lambda_4$

η διαθέσιμη ροπή αντίστασης της διατομής της κάτω ίνας προκύπτει μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της πάνω. Οπότε θα είναι και η κρίσιμη. Έτσι διατηρώντας όλα τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής σταθερά εκτός του ύψους  $h$  εντοπίστηκε για ποια τιμή του  $h$  η ανίσωση 1.7 γίνεται εξίσωση.

Λαμβάνοντας την ως εξίσωση και πραγματοποιώντας τις απαραίτητες αντικαταστάσεις προκύπτει η παρακάτω εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού :

$$\alpha \cdot h^2 + \beta \cdot h + \gamma = 0 \quad (4.1)$$

όπου :

$$\alpha = \frac{8 \cdot D \cdot b_w \cdot (f_{ctII}^* - R \cdot f_{ctI}^*)}{(1 - C)} \quad (4.2)$$

$$\beta = -(1 - R) \cdot B \cdot b_w \cdot \gamma_c \cdot L^2 \text{ και} \quad (4.3)$$

$$\gamma = -8 \cdot M_{G+Q} \quad (4.4)$$

(οι τιμές των  $B, C, D$  δίνονται από τις Εξ. 3.6 , 3.8 και 3.11 αντίστοιχα )

Με την βοήθεια ενός φύλλου εργασίας του excel , για διάφορες τιμές του μήκους  $L$  και για διάφορους συνδυασμούς  $G+Q$  προκύπτει το αντίστοιχο ελάχιστο ύψος με την μορφή του πίνακα 4.1, όπως φαίνεται παρακάτω :

L	M <sub>G+Q</sub>	$\gamma_c$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	h
(m)	(kN·m)	(kN/m <sup>3</sup> )	(kN/m)	(kN)	(kN·m)	(m)
10	625,00000	25	21633,08	-202,5	-5000	0,485
15	1406,25000	25	21633,08	-455,625	-11250	0,732
20	2500,00000	25	21633,08	-810	-20000	0,980
25	3906,25000	25	21633,08	-1265,625	-31250	1,232
30	5625,00000	25	21633,08	-1822,5	-45000	1,485
35	7656,25000	25	21633,08	-2480,625	-61250	1,741

Πίνακας 4.1

Για τις διάφορες τιμές του ύψους  $h$  υπολογίστηκε το αντίστοιχο εμβαδό, κέντρο βάρους και η αντίστοιχη ροπή αδράνειας της διατομής ενώ ελέγχω αν τελικά η διαθέσιμη ροπή αντίστασης της κάτω ίνας ισούται με την απαιτούμενη. Τα παραπάνω δεδομένα παρουσιάζονται στους πίνακες 4.2 και 4.3

$A_c$	$c_2$	$c_1$	$I_c$
( $m^2$ )	(m)	(m)	( $m^4$ )
0,262	0,2373	0,248	0,00789
0,395	0,3577	0,374	0,02701
0,529	0,4793	0,501	0,06496
0,665	0,6021	0,629	0,12875
0,802	0,726	0,759	0,22574
0,940	0,8511	0,890	0,36374

Πίνακας 4.2

L	$M_{G+Q}$	$M_{G0}$	$M_{tot}$	$W_{1prov.}$	$W_{2prov.}$	$W_{1req.}$	$W_{2req.}$
(m)	(kN·m)	(kN·m)	(kN·m)	( $m^3$ )	( $m^3$ )	( $m^3$ )	( $m^3$ )
10	625,00000	81,92144	706,92144	0,0318	0,0332	0,0318	0,0279
15	1406,25000	277,83386	1684,08386	0,0722	0,0755	0,0722	0,0633
20	2500,00000	661,78220	3161,78220	0,1296	0,1355	0,1296	0,1137
25	3906,25000	1298,84884	5205,09884	0,2045	0,2138	0,2045	0,1793
30	5625,00000	2255,35853	7880,35853	0,2974	0,3109	0,2974	0,2607
35	7656,25000	3598,89272	11255,14272	0,4088	0,4274	0,4088	0,3584

Πίνακας 4.3

Με την παραπάνω διαδικασία έχω υπολογίσει ουσιαστικά το ελάχιστο εμβαδό της διατομής του σκυροδέματος. Αυτή αναμένω να είναι και η βέλτιστη λύση του κόστους για πολύ μικρές τιμές του  $n$ .

Τώρα θα διερευνηθεί το πρόβλημα συνολικά εισάγοντας τις εξισώσεις των επιτρεπόμενων τάσεων σκυροδέματος και βρίσκοντας την ελάχιστη αρχική δύναμη προέντασης  $P_0$  από το διάγραμμα Magnel, άρα και το ελάχιστο εμβαδό χάλυβα προέντασης σύμφωνα με την Εξ. 4.5. Οπότε αυξάνοντας σταδιακά το ύψος της διατομής αναζητώ την εύρεση του ελάχιστου κόστους λαμβάνοντας υπόψη και τη συνεχώς μικρότερη απαιτούμενη διατομή χάλυβα προέντασης.

$$A_s = \frac{P_0}{f_{p0}} \quad (4.5)$$

όπου :

$$f_{p0} = \sigma_{p0,max} = \min\{0,65 f_{ptk}, 0,75 f_{p0,1k}\} \quad (4.6)$$

όπου :

$\sigma_{p0,max}$  = η μέγιστη τάση του τένοντα (MPa), μετά την απομάκρυνση των γρύλων και αφού λειτουργήσουν οι αγκυρώσεις (ΕΚΩΣ §4.2) και η οποία παραμένει σταθερή

$f_{ptk}$  = η χαρακτηριστική εφελκυστική αντοχή του τένοντα προέντασης (MPa) (ΕΚΩΣ 2000 §3) και

$f_{p0,1k}$  = χαρακτηριστική αντοχή τένοντα προέντασης (ΕΚΩΣ §3)

Για απλοποίηση της επίλυσης εκφράζω τις ανισώσεις 1.12, 1.13, 1.14, 1.15 και 1.11 με την βοήθεια κάποιων σταθερών συντελεστών, όπως φαίνεται παρακάτω :

$$e \cdot a_{11} + \frac{A_C}{P_0} \cdot a_{12} \geq b_1 \quad (4.7)$$

$$e \cdot a_{21} + \frac{A_C}{P_0} \cdot a_{22} \geq b_2 \quad (4.8)$$

$$e \cdot a_{31} + \frac{A_C}{P_0} \cdot a_{32} \leq b_3 \quad (4.9)$$

$$e \cdot a_{41} + \frac{A_C}{P_0} \cdot a_{42} \leq b_4 \quad (4.10)$$

$$e \cdot a_{51} + \frac{A_C}{P_0} \cdot a_{52} \leq e_{\max} = c_1 - d \quad (4.11)$$

όπου :

$$a_{11} = -\frac{1}{k_1} \quad (4.12)$$

$$a_{12} = \left( f_{ct1}^* + \frac{M_{G_0}}{w_2} \right) \quad (4.13)$$

$$a_{21} = -\frac{1}{k_2} \quad (4.14)$$

$$a_{22} = \left( -f_{ccI}^* + \frac{M_{G_n}}{w_1} \right) \quad (4.15)$$

$$a_{31} = -\frac{R}{k_1} \quad (4.16)$$

$$a_{32} = \left( f_{ccII}^* + \frac{M_{tot}}{w_2} \right) \quad (4.17)$$

$$a_{41} = -\frac{R}{k_2} \quad (4.18)$$

$$a_{42} = \left( -f_{ctII}^* + \frac{M_{tot}}{w_1} \right) \quad (4.19)$$

$$a_{51} = 1 \quad (4.20)$$

$$a_{52} = 0 \quad (4.21)$$

$$b_1 = -1 \quad (4.22)$$

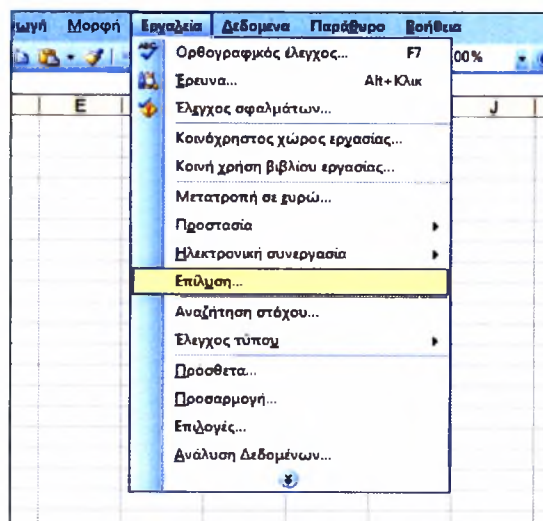
$$b_2 = 1 \quad (4.23)$$

$$b_3 = -R \quad (4.24)$$

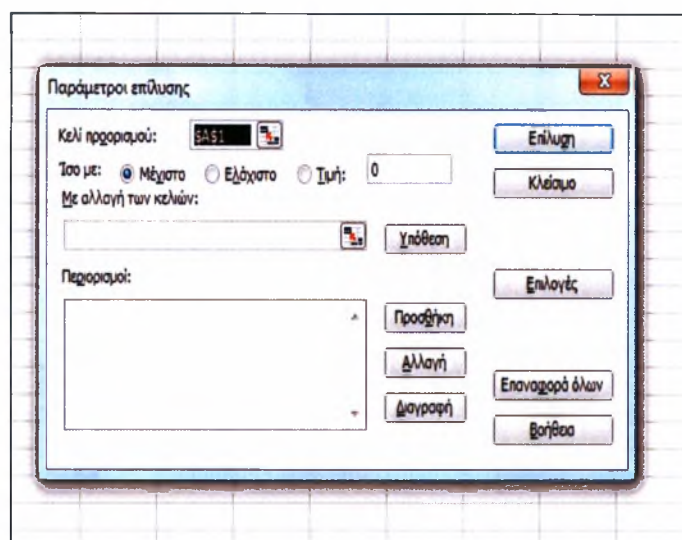
$$b_4 = R \quad (4.25)$$

$$b_5 = c_1 - d \quad (4.26)$$

Έτσι δημιουργώ μία φόρμα στο excel την οποία επιλύω με τη βοήθεια του εργαλείου της επίλυσης (βλ. Εικόνα 4.1 και 4.2), ενώ κατασκευάζω και το διάγραμμα Magnel ώστε να προκύψει η λύση και γραφικά.



Εικόνα 4.1



Εικόνα 4.2

## 5. ΕΠΙΛΥΣΕΙΣ

### Επίλυση και αναλυτική παρουσίαση μίας περίπτωσης

Για την επίλυση επιλέγω τα παρακάτω υλικά :

- Προεντεταμένο σκυρόδεμα C35
- Χάλυβα προέντασης S 1500/1770

Για τα παραπάνω υλικά προκύπτουν :

$$f_{ccI}^* = f_{ccII}^* = -0,6 \cdot f_{ck} = -21000 \text{ kPa}$$

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{ctI}^* = f_{ctII}^* = f_{ctk0.05} = 2,20 \text{ MPa} = 2200 \text{ kPa (για C35 ΕΚΩΣ 2000 / πιν.2.1)}$$

$$f_{p0} = \sigma_{p0,\max} = \min\{0,65 f_{ptk}, 0,75 f_{p0,1k}\} = \min\{0,65 \cdot 1770, 0,75 \cdot 1550\}$$

$$\Rightarrow f_{p0} = 1125 \text{ MPa}$$

- Άνοιγμα δοκού  $L = 20 \text{ m}$
- $G' + Q = 50 \text{ kN/m}$
- $R = 0,85$
- $b_w = 0,30 \text{ m}$
- $\lambda_1 = 0,2$
- $\lambda_2 = 0,1$
- $\lambda_3 = 3$
- $\lambda_4 = 5$

Για τις παραπάνω τιμές το ελάχιστο ύψος προκύπτει ίσο με  $h=0,98 \text{ m}$  (βλ. Πίνακας 5.1) σύμφωνα με την Εξ. 4.1

L	M <sub>G+Q</sub>	γ <sub>c</sub>	α	β	γ	h
(m)	(kN·m)	(kN/m <sup>3</sup> )	(kN/m)	(kN)	(kN·m)	(m)
20	2500,00000	25	21633,08	-810	-20000	0,980

Πίνακας 5.1



ενώ υπολογίζω το εμβαδό της διατομής σκυροδέματος από την Εξ. 3.5, τις αποστάσεις του κέντρου βάρους από την κάτω και πάνω ίνα από τις Εξ. 3.9 και 3.7 αντίστοιχα , την ροπή αδράνειας από την Εξ. 3.10, την καμπτική ροπή λόγω ίδιου

βάρους ( $M_{G_0} = \frac{G_0 \cdot L^2}{8}$ ) και την καμπτική ροπή λόγω πρόσθετου μόνιμου φορτίου

επικάλυψης και κινητού φορτίου ( $M_{G'+Q} = \frac{(G'+Q) \cdot L^2}{8}$ ) και ελέγχω αν

ικανοποιούνται οι τελικά οι ανισώσεις 1.7 και 1.8 (βλ. Πίνακας 5.2 , Πίνακας 5.3)

$A_c$	$c_2$	$c_1$	$I_c$	$M_{G'+Q}$	$M_{G_0}$	$M_{tot}$
(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m <sup>4</sup> )	(kN*m)	(kN*m)	(kN*m)
0,529	0,4793	0,501	0,06496	2500,00000	661,78220	3161,78220

Πίνακας 5.2

διαθέσιμα		απαιτούμενα	
$W_{1prov.}$	$W_{2prov.}$	$W_{1req.}$	$W_{2req.}$
(m <sup>3</sup> )	(m <sup>3</sup> )	(m <sup>3</sup> )	(m <sup>3</sup> )
0,1296	0,1355	0,1296	0,1137

Πίνακας 5.3

Οι τιμές των σταθερών συντελεστών των εξισώσεων 4.7 έως και 4.11 προκύπτουν βάση των σχέσεων 4.12 έως 4.26 και φαίνονται στο Σχήμα 5.4 όπου φαίνονται και ποια κελιά εισάγω στα αντίστοιχα πεδία της επίλυσης για να προκύψει η λύση.

**Βοηθητικοί συντελεστές γραμμικής επίλυσης**

$a_{11} =$	-3.9	$a_{12} =$	7082.8
$a_{21} =$	-4.1	$a_{22} =$	26104.8
$a_{31} =$	-3.3	$a_{32} =$	2328.7
$a_{41} =$	-3.5	$a_{42} =$	22189.1
$a_{51} =$	1.0	$a_{52} =$	0.0

$b_1 =$	-1.00
$b_2 =$	1.00
$b_3 =$	-0.85
$b_4 =$	0.85
$b_5 =$	0.42

$e =$	0.42110
$1/P_0 =$	0.00020
$AC/P_0 =$	0.00010

$f_{p0} =$	1125.0 MPa
------------	------------

**Παράμετροι επίλυσης**

Κελί προγραμματισμού:

Το με: ☒ Μέγιστο ☐ Ελάχιστο ☐ Ίση:

Με αλλαγή των κελιών:

Περιορισμοί:

- $H\$82 \geq \$B\$89$
- $H\$83 \geq \$B\$90$
- $H\$84 \leq \$B\$91$
- $H\$85 \leq \$B\$92$
- $H\$86 \leq \$B\$93$

περιορισμοί

1	$\Rightarrow$	-0.907
2	$\Rightarrow$	1.000
3	$\Rightarrow$	-1.156
4	$\Rightarrow$	0.850
5	$\Rightarrow$	0.421

Επίλυση

Κλείσιμο

Υπόθεση

Επιλογές

Προσθήκη

Αλλαγή

Διαγραφή

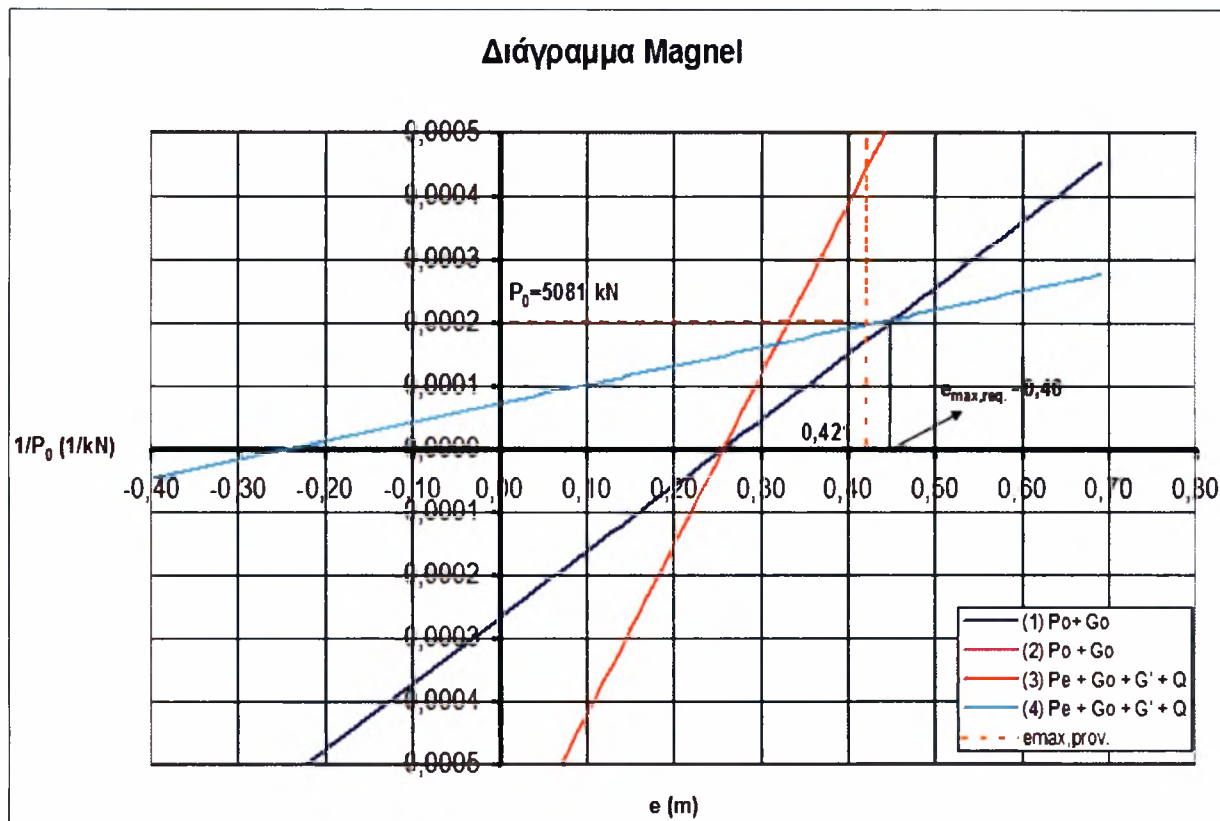
Επαναφορά όλων

Βοήθεια

Σχήμα 5.4

Η διαδικασία συνεχίζεται αυξάνοντας το ύψος κάθε φορά κατά 5 εκατοστά (cm) μέχρι να μην υπάρχει λύση. Να μην δημιουργείται δηλαδή επιτρεπόμενη περιοχή στο διάγραμμα Magnel. Παρακάτω φαίνονται ορισμένα διαγράμματα Magnel για δεδομένες τιμές του ύψους  $h$ .

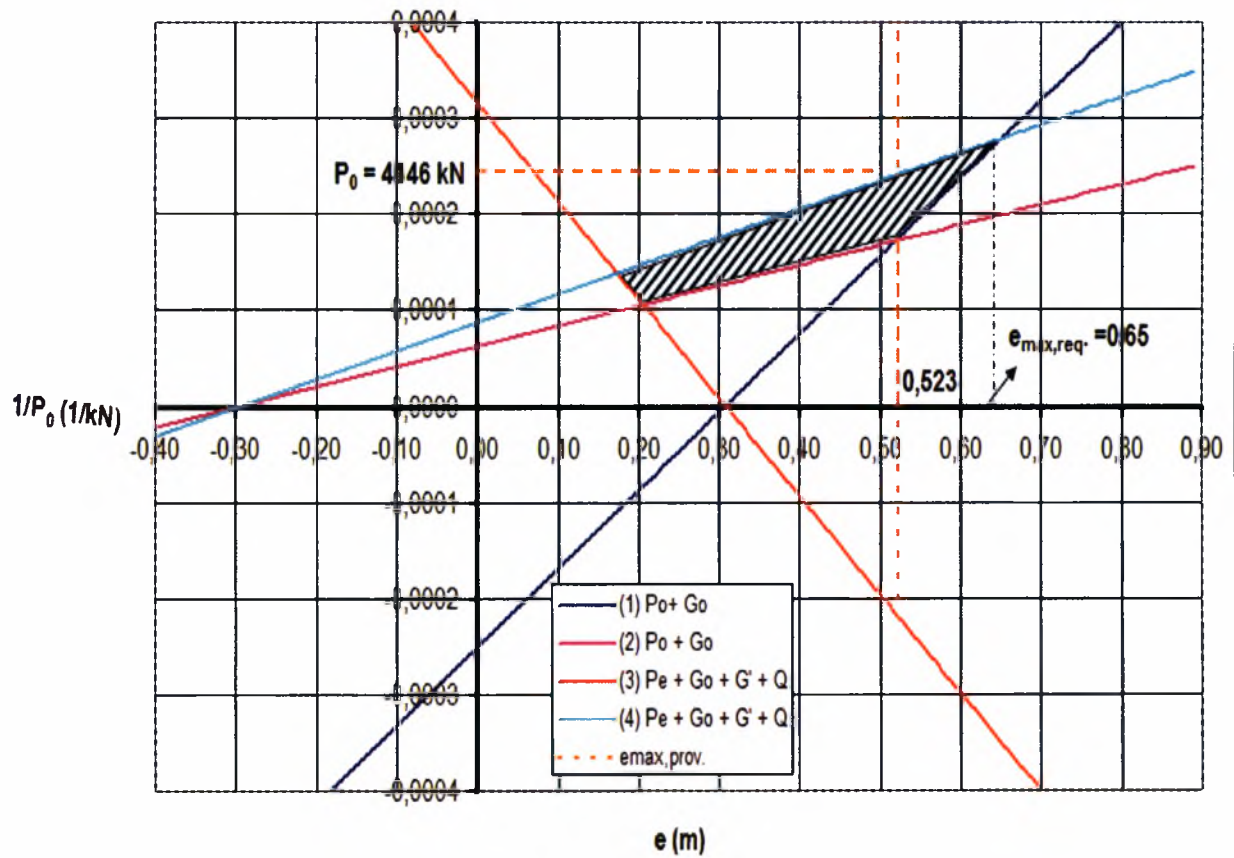
▪  $h = 0,98 \text{ m}$



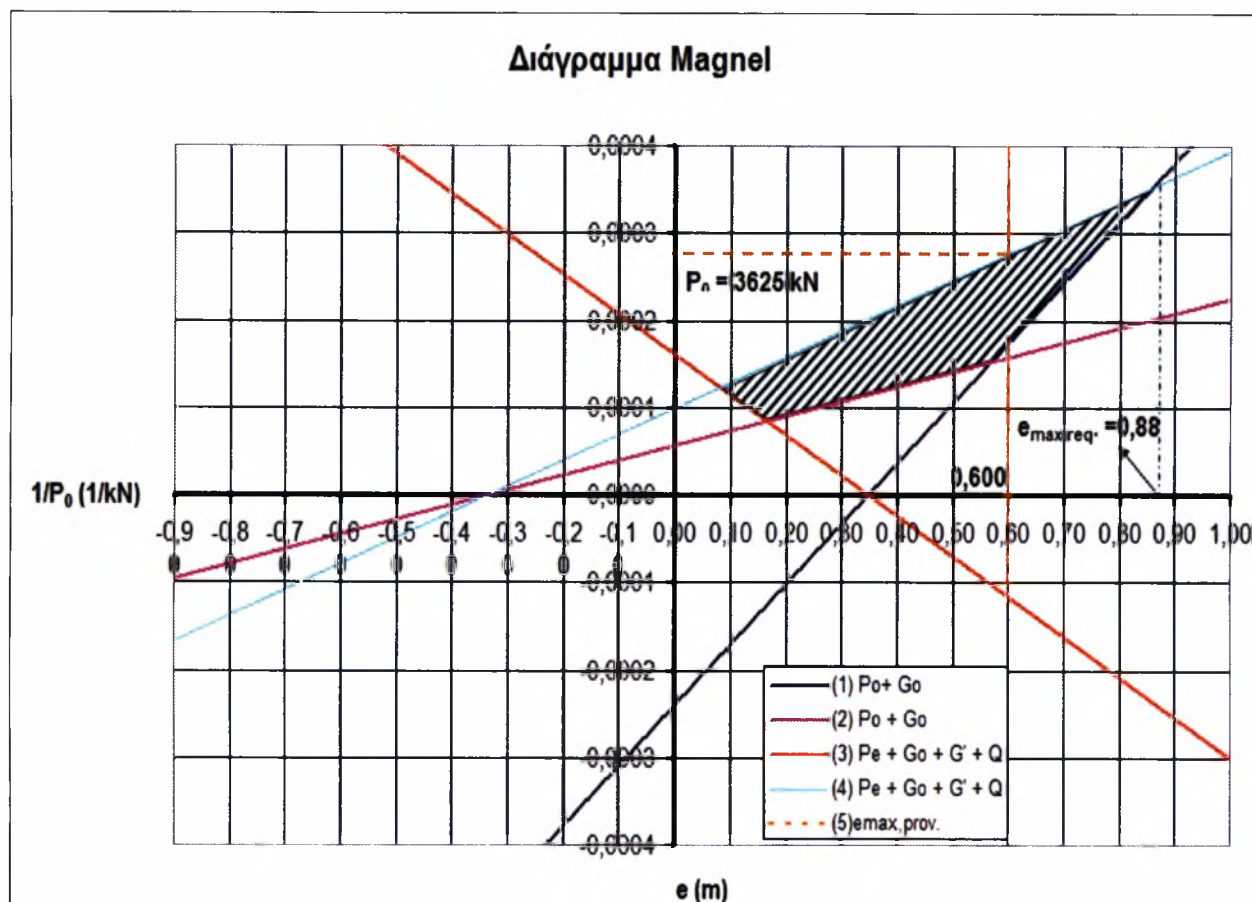
Φαίνεται στο διάγραμμα ότι οι ευθείες (2) και (4) συμπίπτουν. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο αφού για αυτήν την τιμή του ύψους η διαθέσιμη ροπή αντίστασης της κάτω ίνας ισούται με την απαιτούμενη ( $w_{l\text{prov}} = w_{l\text{req}}$ ).

- $h = 1,18 \text{ m}$

### Διάγραμμα Magnel



▪  $h = 1,33 \text{ m}$



Τελικά, προκύπτει ο παρακάτω Πίνακας 5.5, όπου και φαίνονται τα διάφορα κόστη για δεδομένες τιμές του λόγου  $n$ .

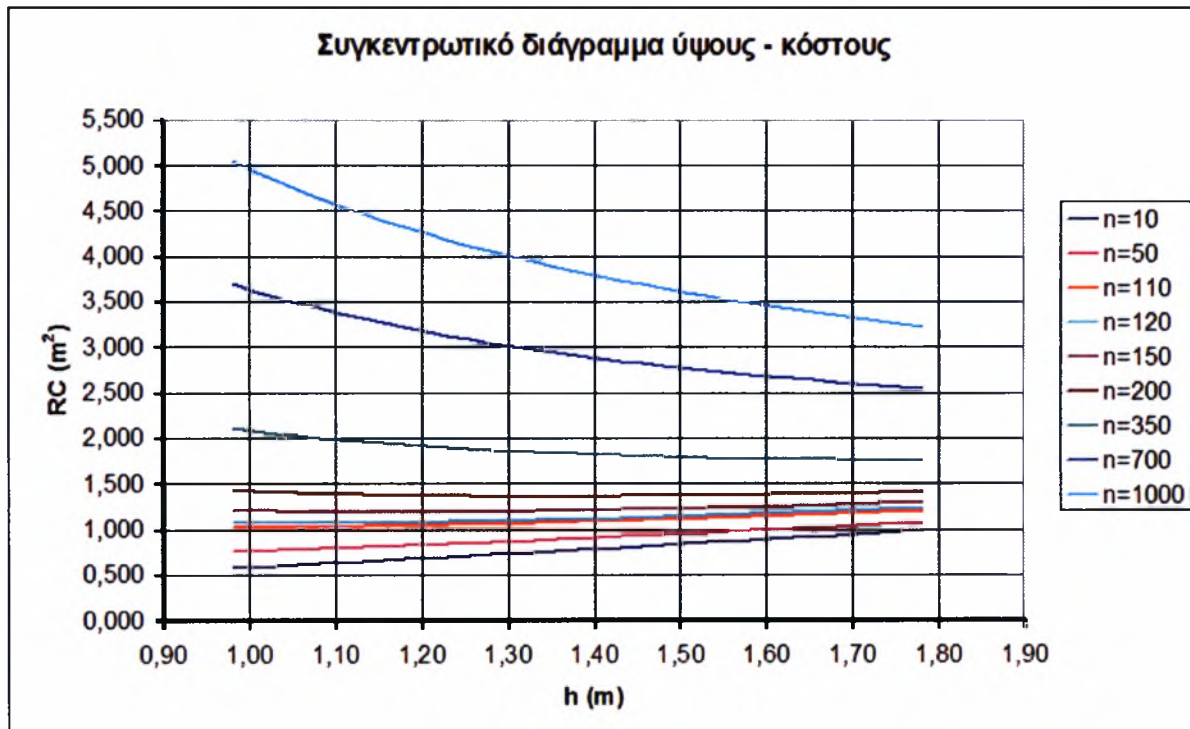
No. Επ.	h (m)	L (m)	e (m)	1/P <sub>0</sub> (kN <sup>-1</sup> )	A <sub>c</sub> (m <sup>2</sup> )	A <sub>c</sub> /P <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> /kN)	P <sub>0</sub> (kN)	σ <sub>p0</sub> (MPa)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =
										10	50	110	120	150	200	350	700	1000
										RC <sub>1</sub>	RC <sub>2</sub>	RC <sub>3</sub>	RC <sub>4</sub>	RC <sub>5</sub>	RC <sub>6</sub>	RC <sub>7</sub>	RC <sub>8</sub>	RC <sub>9</sub>
1	0.98	20	0.447	0.000197	0.529	0.000104	5081.6	1125	45.170	0.575	0.755	1.026	1.071	1.207	1.433	2.110	3.691	5.046
2	1.03	20	0.447	0.000208	0.556	0.000116	4813.6	1125	42.787	0.599	0.770	1.027	1.070	1.198	1.412	2.054	3.552	4.835
3	1.08	20	0.472	0.000219	0.583	0.000128	4570.6	1125	40.628	0.624	0.787	1.030	1.071	1.193	1.396	2.005	3.427	4.646
4	1.13	20	0.498	0.00023	0.610	0.00014	4349.2	1125	38.659	0.649	0.804	1.036	1.074	1.190	1.384	1.964	3.317	4.476
5	1.18	20	0.523	0.000241	0.637	0.000154	4146.2	1125	36.855	0.674	0.822	1.043	1.080	1.190	1.375	1.927	3.217	4.323
6	1.23	20	0.549	0.000253	0.664	0.000168	3959.2	1125	35.193	0.700	0.840	1.052	1.087	1.192	1.368	1.896	3.128	4.184
7	1.28	20	0.574	0.000264	0.691	0.000183	3786.1	1125	33.655	0.725	0.860	1.062	1.095	1.196	1.365	1.869	3.047	4.057
8	1.33	20	0.600	0.000276	0.718	0.000198	3625.3	1125	32.225	0.751	0.880	1.073	1.105	1.202	1.363	1.846	2.974	3.941
9	1.38	20	0.626	0.000288	0.745	0.000214	3475.4	1125	30.892	0.776	0.900	1.085	1.116	1.209	1.363	1.827	2.908	3.835
10	1.43	20	0.651	0.0003	0.772	0.000232	3335.0	1125	29.644	0.802	0.921	1.099	1.128	1.217	1.365	1.810	2.848	3.737
11	1.48	20	0.677	0.000312	0.799	0.00025	3203.1	1125	28.472	0.828	0.942	1.113	1.141	1.227	1.369	1.796	2.792	3.647
12	1.53	20	0.702	0.000325	0.826	0.000268	3078.9	1125	27.368	0.854	0.963	1.127	1.155	1.237	1.374	1.784	2.742	3.563
13	1.58	20	0.728	0.000338	0.853	0.000288	2961.6	1125	26.325	0.880	0.985	1.143	1.169	1.248	1.380	1.775	2.696	3.486
14	1.63	20	0.753	0.000351	0.880	0.000309	2850.4	1125	25.337	0.906	1.007	1.159	1.184	1.260	1.387	1.767	2.654	3.414
16	1.68	20	0.779	0.000364	0.907	0.000331	2744.8	1125	24.399	0.932	1.029	1.176	1.200	1.273	1.395	1.761	2.615	3.347
16	1.73	20	0.804	0.000378	0.934	0.000353	2644.4	1125	23.505	0.958	1.052	1.193	1.216	1.287	1.405	1.757	2.580	3.285
17	1.78	20	0.830	0.000392	0.961	0.000377	2548.5	1125	22.653	0.984	1.075	1.211	1.233	1.301	1.414	1.754	2.547	3.227

Πίνακας 5.5



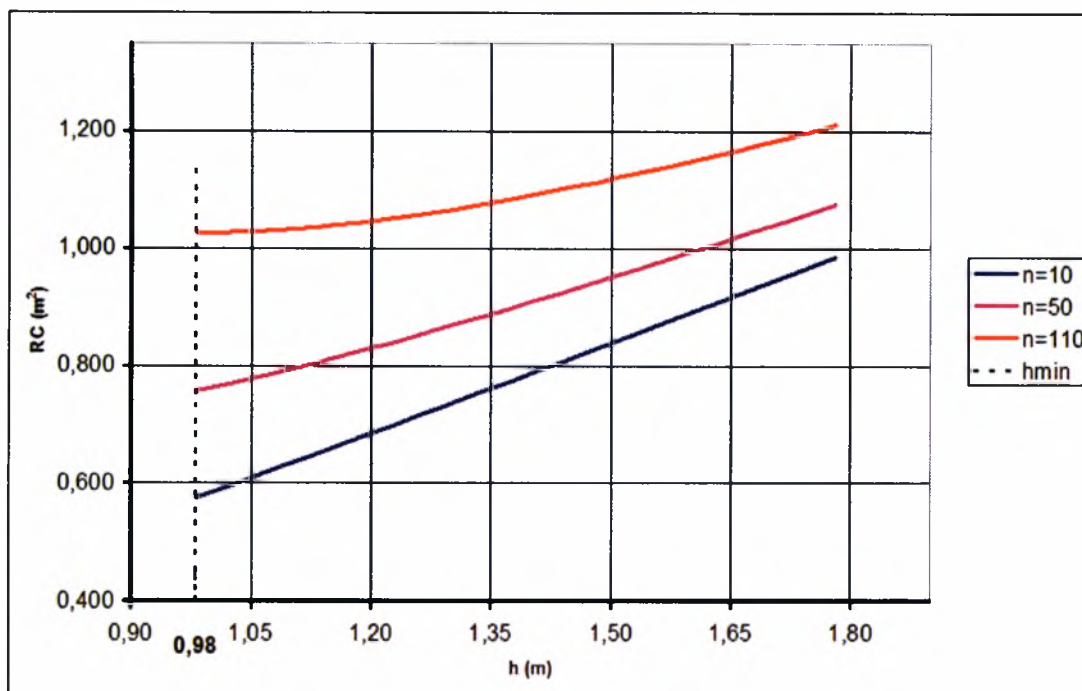
Στον πίνακα διαφαίνεται ότι η αύξηση του ύψους της διατομής (αύξηση  $A_c$ ) εκφέρει μείωση της δύναμης προέντασης  $P_0$  και μείωση του εμβαδού του χάλυβα προέντασης  $A_s$ .

Στο σχήμα 5.5 παρουσιάζεται το συγκεντρωτικό διάγραμμα σχετικού κόστους συναρτήσει του ύψους  $h$ .



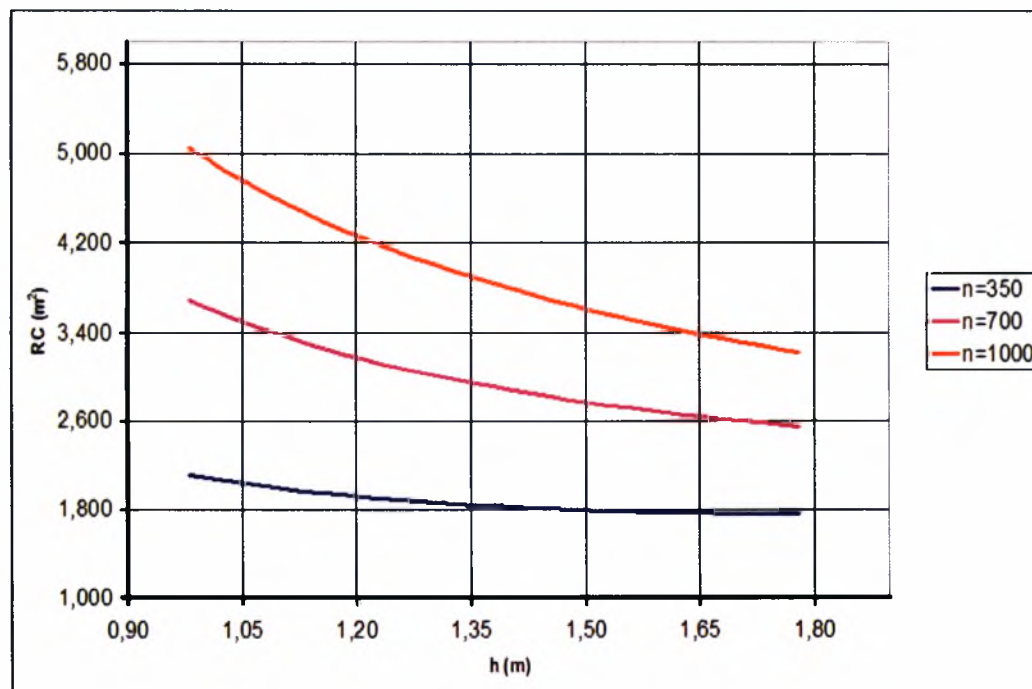
Σχήμα 5.5

Παρατηρείται ότι για τιμές του  $n$  από 10 έως και 110 το ελάχιστο κόστος παρουσιάζεται για ελάχιστο εμβαδό, δηλαδή στο ελάχιστο ύψος της διατομής  $h$ . Εστιάζοντας στην περιοχή αυτή προκύπτει το διάγραμμα στο Σχήμα 5.6.



Σχήμα 5.6

Αντίστοιχα για τιμές του  $n$  από 300 έως και 1000 το ελάχιστο κόστος παρουσιάζεται στο ελάχιστο εμβαδό χάλυβα. (βλ. Σχήμα 5.7)

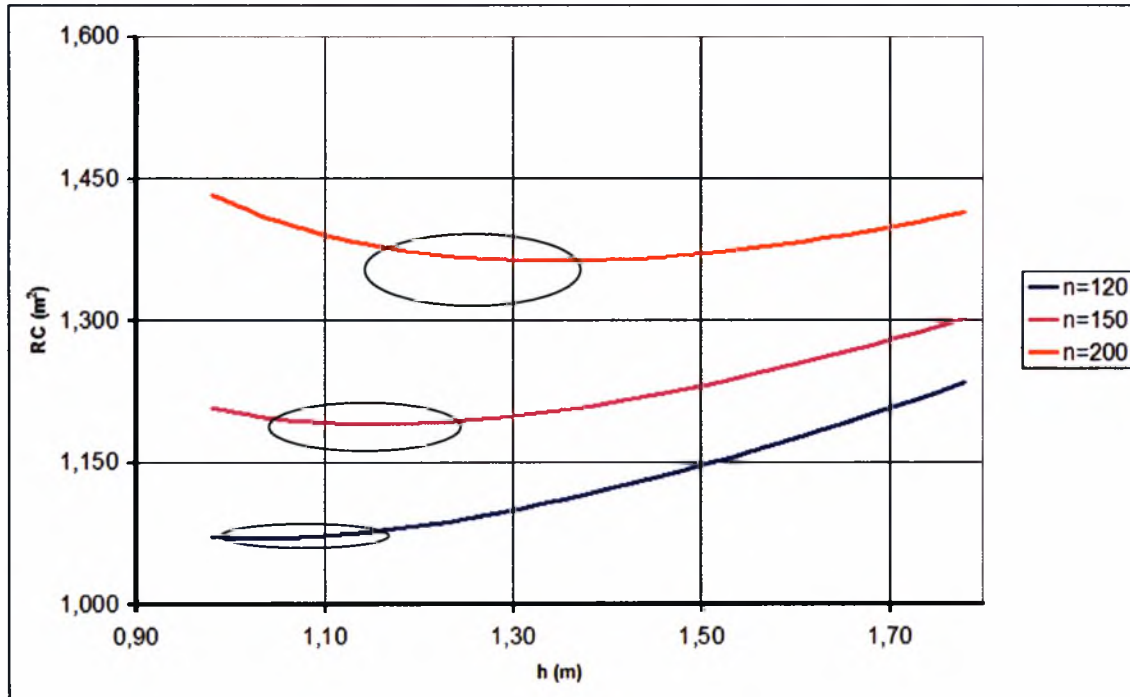


Σχήμα 5.7

Για ενδιαμέσες τιμές του  $n = 120-200$ , η καμπύλη του διαγράμματος σχετικού κόστους συναρτήσεως του ύψους της διατομής παρουσιάζει ελάχιστο για τιμές του



ύψους  $h$  μεγαλύτερες της τιμής που αντιστοιχεί στο ελάχιστο απαιτούμενο εμβαδόν της διατομής (βλ. Σχήμα 5.8).



Σχήμα 5.8

Δεν παρατηρείται συνεχής αύξηση ή μείωση της τιμής του κόστους ώστε να εντοπιστεί άμεσα το ολικό βέλτιστο. Για την περίπτωση αυτή εντοπίζεται αρχικά η περιοχή όπου βρίσκεται το βέλτιστο (βλ Πίνακας 5.5 επισήμανση με κίτρινο) και γίνεται εκ νέου επίλυση με μικρότερο βήμα αύξησης του ύψους, στην συγκεκριμένη περίπτωση ανά 1 εκατοστό (cm).

Επειδή η περιοχή τιμών του  $h$  όπου δεν έχουμε συνεχή αύξηση ή μείωση της τιμής του κόστους, είναι αρκετά μεγάλη (μεταξύ 100 και 350) επιλέχθηκαν τιμές που να προσεγγίζουν όσο το δυνατόν περισσότερο τα ελληνικά δεδομένα.

Έτσι βασιζόμενοι στον τιμοκατάλογο για την κατασκευή της ΕΓΝΑΤΙΑΣ επιλέχθηκαν οι παρακάτω τιμές :

- $U_C = 200 \text{ €/m}^3$  για προεντεταμένο σκυρόδεμα C35
- $U_S = 4 \text{ €/kg} \cdot 7900 \text{ kg/m}^3 = 31600 \text{ €/m}^3$

$$\text{Άρα } n = \frac{31600}{200} = 158$$

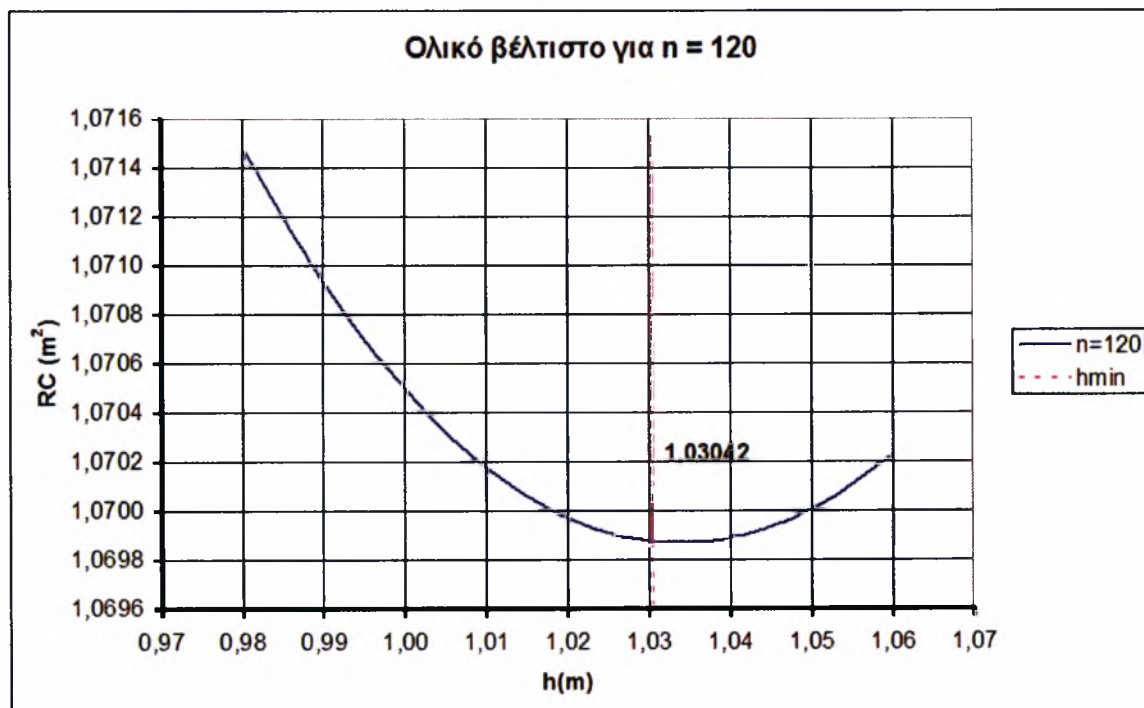
Λαμβάνω λοιπόν τιμές του  $n = 120, 150, 200$

Πραγματοποιώντας εκ νέου επίλυση με μικρότερο βήμα αύξησης όπως προανέφερα προέκυψαν οι αντίστοιχοι πίνακες και τα αντίστοιχα διαγράμματα, τα οποία και φαίνονται παρακάτω.

▪  $n=120$

										$n = 120$
Αριθμός επίλυσης	h	L	e	1/P <sub>0</sub>	AC	AC/P <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	σ <sub>p0</sub>	AS	RC
	(m)	(m)	(m)	(kN <sup>-1</sup> )	(m <sup>3</sup> )	(m <sup>3</sup> /kN)	(kN)	(MPa)	(cm <sup>2</sup> )	(m <sup>3</sup> )
1	0,98	20,00	0,43	0,00020	0,53	0,00010	5081,62	1125,00	45,17	1,0715
2	0,99	20,00	0,43	0,00020	0,53	0,00011	5025,79	1125,00	44,67	1,0709
3	1,00	20,00	0,43	0,00020	0,54	0,00011	4971,11	1125,00	44,19	1,0705
4	1,01	20,00	0,44	0,00020	0,55	0,00011	4917,54	1125,00	43,71	1,0702
5	1,02	20,00	0,44	0,00021	0,55	0,00011	4865,03	1125,00	43,24	1,0700
6	1,03	20,00	0,45	0,00021	0,56	0,00012	4813,57	1125,00	42,79	1,06987
7	1,04	20,00	0,45	0,00021	0,56	0,00012	4763,10	1125,00	42,34	1,06989
8	1,05	20,00	0,46	0,00021	0,57	0,00012	4713,60	1125,00	41,90	1,0700
9	1,06	20,00	0,46	0,00021	0,57	0,00012	4665,05	1125,00	41,47	1,0702

Πίνακας 5.6

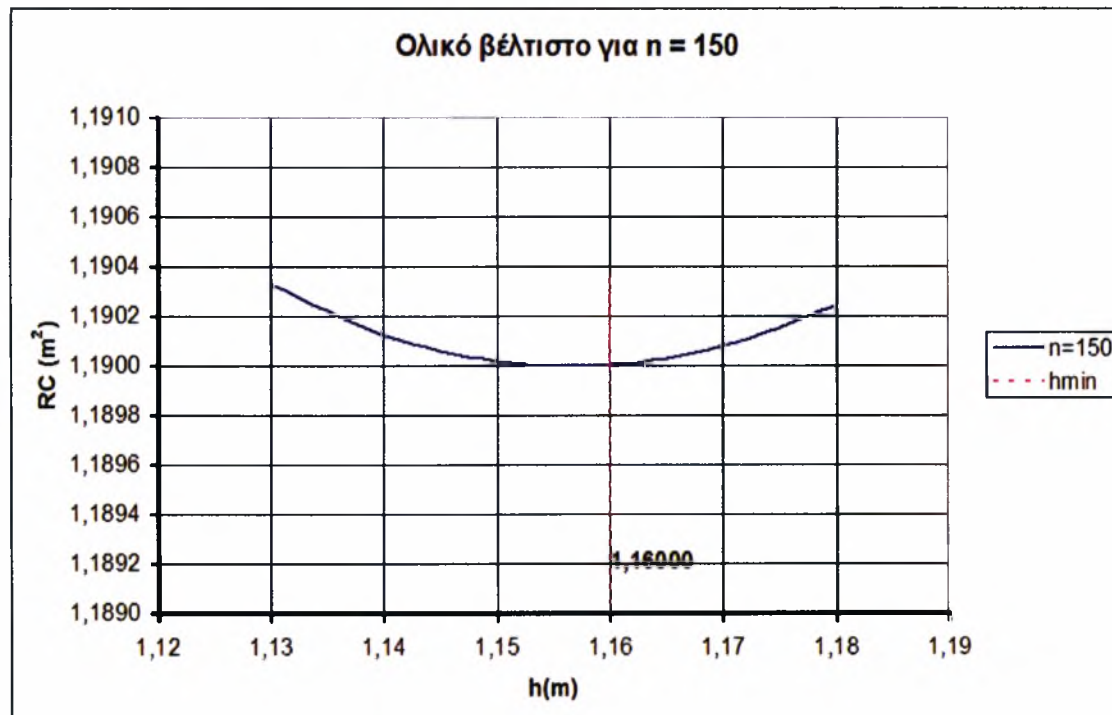


Σχήμα 5.8

▪  $n=150$

Αριθμός επίλυσης	h (m)	L (m)	e (m)	1/P <sub>0</sub> (kN <sup>-1</sup> )	AC (m <sup>2</sup> )	AC/P <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> /kN)	P <sub>0</sub> (kN)	σ <sub>p0</sub> (MPa)	AS (cm <sup>2</sup> )	n = 150	
										RC	RC
1	1,13	20,00	0,50	0,00023	0,61	0,00014	4350,95	1125,00	38,68	1,1903	
2	1,14	20,00	0,50	0,00023	0,62	0,00014	4308,93	1125,00	38,30	1,1901	
3	1,15	20,00	0,51	0,00023	0,62	0,00015	4267,62	1125,00	37,93	1,190017	
4	1,16	20,00	0,51	0,00024	0,63	0,00015	4227,01	1125,00	37,57	1,190002	
5	1,17	20,00	0,52	0,00024	0,63	0,00015	4187,08	1125,00	37,22	1,19008	
6	1,18	20,00	0,52	0,00024	0,64	0,00015	4147,81	1125,00	36,87	1,19024	

Πίνακας 5.7

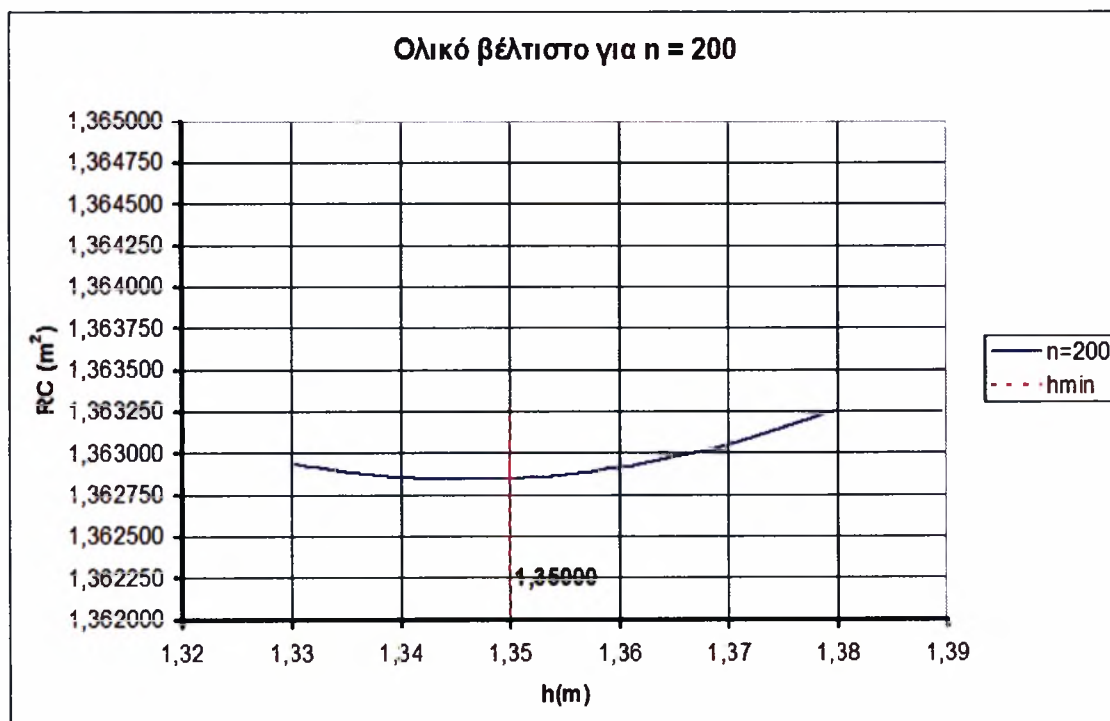


Σχήμα 5.8

■  $n=200$

αριθμός επίλυσης	h (m)	L (m)	e (m)	1/P <sub>0</sub> (kN <sup>-1</sup> )	AC (m <sup>2</sup> )	AC/P <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> /kN)	P <sub>0</sub> (kN)	σ <sub>p0</sub> (MPa)	AS (cm <sup>2</sup> )	n = 200	
										RC (m <sup>2</sup> )	RC (m <sup>2</sup> )
1	1,33	20,00	0,60	0,00028	0,72	0,00020	3626,65	1125,00	32,24	1,362937	
2	1,34	20,00	0,60	0,00028	0,72	0,00020	3595,81	1125,00	31,96	1,362855	
3	1,35	20,00	0,61	0,00028	0,73	0,00020	3565,39	1125,00	31,69	1,362848	
4	1,36	20,00	0,62	0,00028	0,73	0,00021	3535,39	1125,00	31,43	1,362914	
5	1,37	20,00	0,62	0,00029	0,74	0,00021	3505,79	1125,00	31,16	1,363051	
6	1,38	20,00	0,63	0,00029	0,75	0,00021	3476,58	1125,00	30,90	1,363259	

Πίνακας 5.8



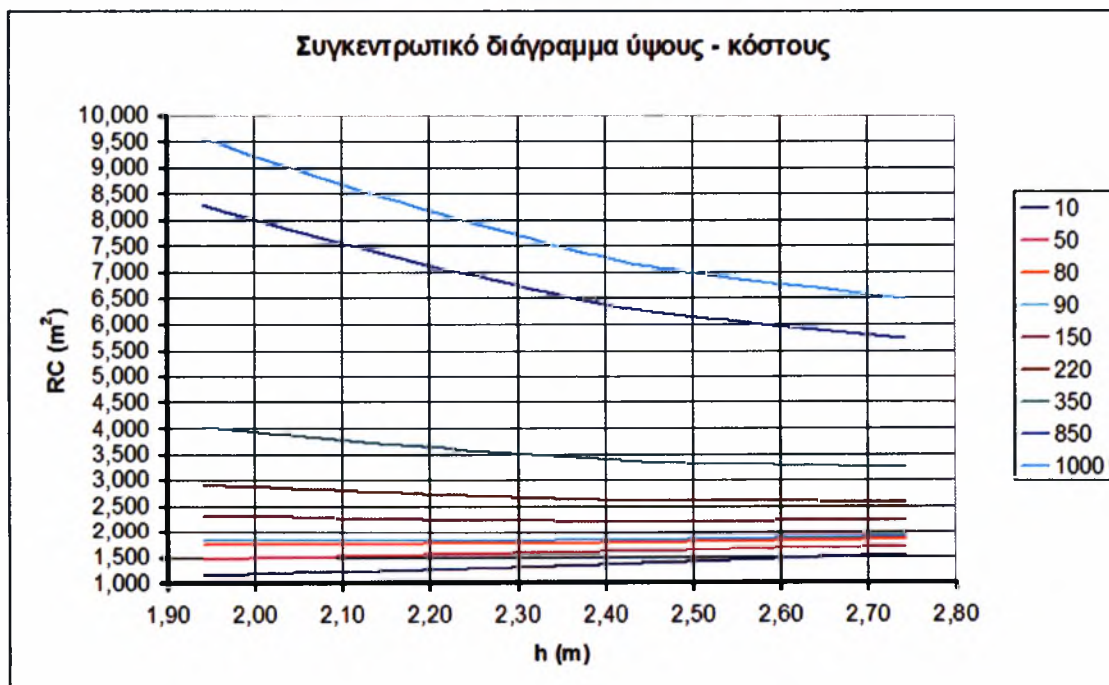
Σχήμα 5.9

Αυξάνοντας το φορτίο που ασκείται προκύπτουν τα παρακάτω δεδομένα (εντοπίζω για ποιες περιοχές τιμών του  $n$  το ελάχιστο κόστος είναι είτε στο ελάχιστο εμβαδό σκυροδέματος, είτε στο ελάχιστο εμβαδό χάλυβα προέντασης, είτε για τιμές του ύψους μεγαλύτερες από αυτή που αντιστοιχεί στο ελάχιστο εμβαδό διατομής σκυροδέματος) :

■  $G' + Q = 200 \text{ kN/m}$

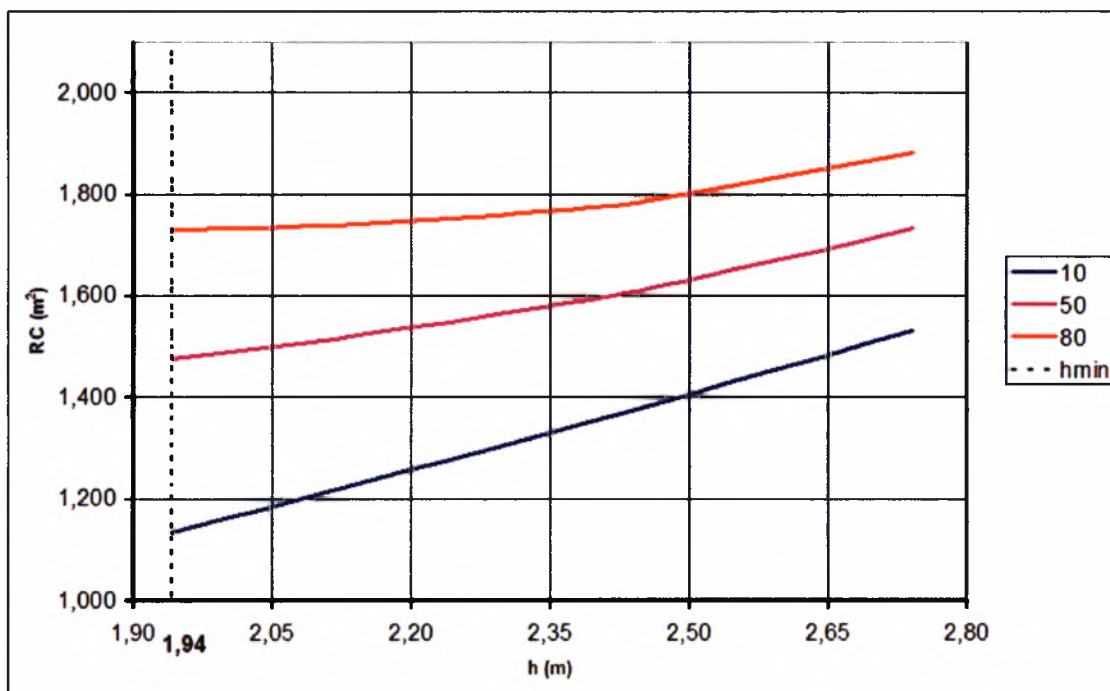
No. Επ.	h (m)	L (m)	e (m)	1/P <sub>0</sub> (kN <sup>-1</sup> )	A <sub>c</sub> (m <sup>2</sup> )	A <sub>c</sub> /P <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> /kN)	P <sub>0</sub> (kN)	σ <sub>p0</sub> (MPa)	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	n = 10	n = 50	n = 80	n = 90	n = 150	n = 220	n = 350	n = 850	n = 1000
										RC <sub>1</sub>	RC <sub>2</sub>	RC <sub>3</sub>	RC <sub>4</sub>	RC <sub>5</sub>	RC <sub>6</sub>	RC <sub>7</sub>	RC <sub>8</sub>	RC <sub>9</sub>
1	1.94	20	0.799	0.000104	1.049	0.000109	9585.3	1125	85.203	1.134	1.475	1.730	1.816	2.327	2.923	4.031	8.291	9.569
2	1.99	20	0.799	0.000108	1.076	0.000117	9223.1	1125	81.983	1.158	1.486	1.732	1.814	2.305	2.879	3.945	8.044	9.274
3	2.04	20	0.834	0.000113	1.103	0.000124	8875.5	1125	78.894	1.182	1.497	1.734	1.813	2.286	2.838	3.864	7.809	8.992
4	2.09	20	0.871	0.000117	1.130	0.000132	8541.5	1125	75.924	1.206	1.509	1.737	1.813	2.269	2.800	3.787	7.583	8.722
5	2.14	20	0.908	0.000122	1.157	0.000141	8220.0	1125	73.067	1.230	1.522	1.741	1.814	2.253	2.764	3.714	7.367	8.463
6	2.19	20	0.948	0.000126	1.184	0.00015	7910.2	1125	70.313	1.254	1.535	1.746	1.816	2.238	2.731	3.645	7.160	8.215
7	2.24	20	0.989	0.000131	1.211	0.000159	7611.4	1125	67.657	1.278	1.549	1.752	1.820	2.226	2.699	3.579	6.962	7.976
8	2.29	20	1.032	0.000137	1.238	0.000169	7322.8	1125	65.092	1.303	1.563	1.758	1.824	2.214	2.670	3.516	6.770	7.747
9	2.34	20	1.078	0.000142	1.265	0.00018	7043.8	1125	62.611	1.327	1.578	1.766	1.828	2.204	2.642	3.456	6.587	7.526
10	2.39	20	1.125	0.000148	1.292	0.000191	6773.7	1125	60.211	1.352	1.593	1.773	1.834	2.195	2.616	3.399	6.410	7.313
11	2.44	20	1.168	0.000153	1.319	0.000202	6536.6	1125	58.103	1.377	1.609	1.784	1.842	2.190	2.597	3.352	6.257	7.129
12	2.49	20	1.194	0.000157	1.346	0.000211	6374.1	1125	56.658	1.402	1.629	1.799	1.856	2.196	2.592	3.329	6.162	7.012
13	2.54	20	1.219	0.000161	1.373	0.000221	6217.3	1125	55.265	1.428	1.649	1.815	1.870	2.202	2.589	3.307	6.070	6.899
14	2.59	20	1.245	0.000165	1.400	0.000231	6065.9	1125	53.919	1.454	1.669	1.831	1.885	2.208	2.586	3.287	5.983	6.792
15	2.64	20	1.270	0.000169	1.427	0.000241	5919.6	1125	52.619	1.479	1.690	1.848	1.900	2.216	2.584	3.268	5.899	6.689
16	2.69	20	1.296	0.000173	1.454	0.000252	5778.1	1125	51.361	1.505	1.710	1.865	1.916	2.224	2.584	3.251	5.819	6.590
17	2.74	20	1.321	0.000177	1.481	0.000262	5641.0	1125	50.143	1.531	1.731	1.882	1.932	2.233	2.584	3.236	5.743	6.495

Πίνακας 5.9

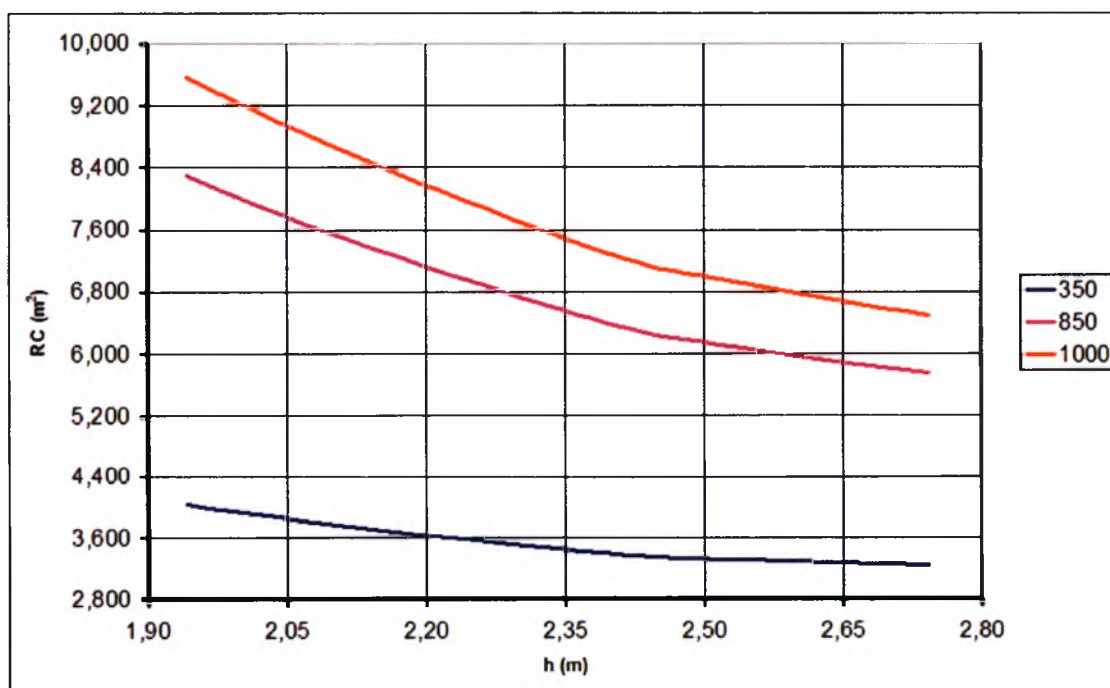


Σχήμα 5.10



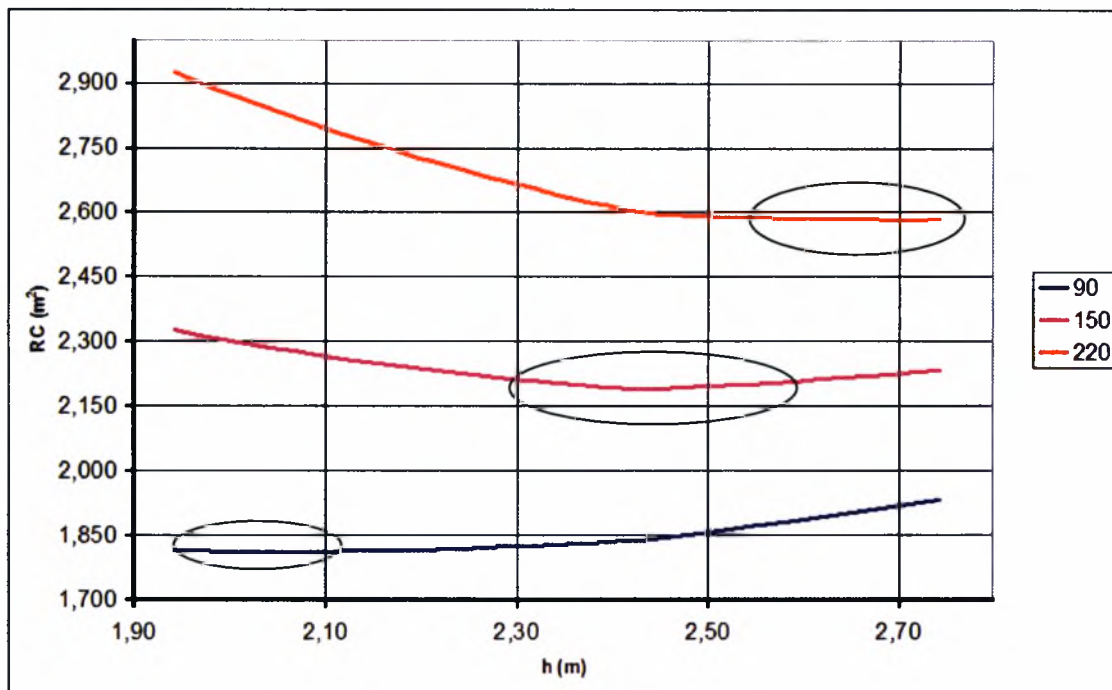


Σχήμα 5.11



Σχήμα 5.12





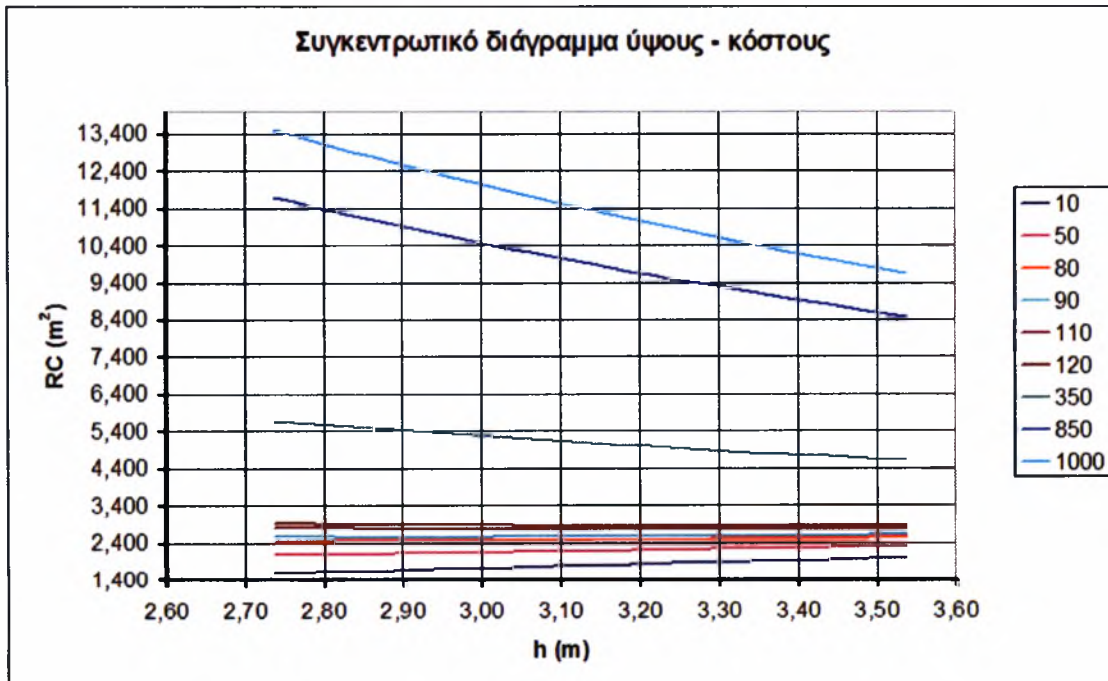
Σχήμα 5.13

Παρατηρείται ότι για τις ίδιες τιμές του  $n$  με πριν τα διαγράμματα παρουσιάζουν την ίδια μορφή περίπου. Η μόνη διαφορά είναι στην περιοχή όπου η καμπύλη του σχετικού κόστους συναρτήσει του ύψους δεν είναι συνεχώς αύξουσα ή φθίνουσα. Η γκάμα τιμών δηλαδή όπου το ελάχιστο κόστος βρίσκεται για τιμές του ύψους της διατομής  $h$  μεγαλύτερες από εκείνη που αντιστοιχεί στο ελάχιστο εμβαδό διατομής είναι από 90 έως και 220 (βλ. Σχήμα 5.13). Για τιμές μικρότερες του 90 το ελάχιστο κόστος βρίσκεται για ελάχιστο εμβαδό διατομής σκυροδέματος (βλ. Σχήμα 5.11) ενώ για τιμές μεγαλύτερες του 220 το ελάχιστο κόστος εντοπίζεται στο ελάχιστο εμβαδό χάλυβα (βλ. Σχήμα 5.12)

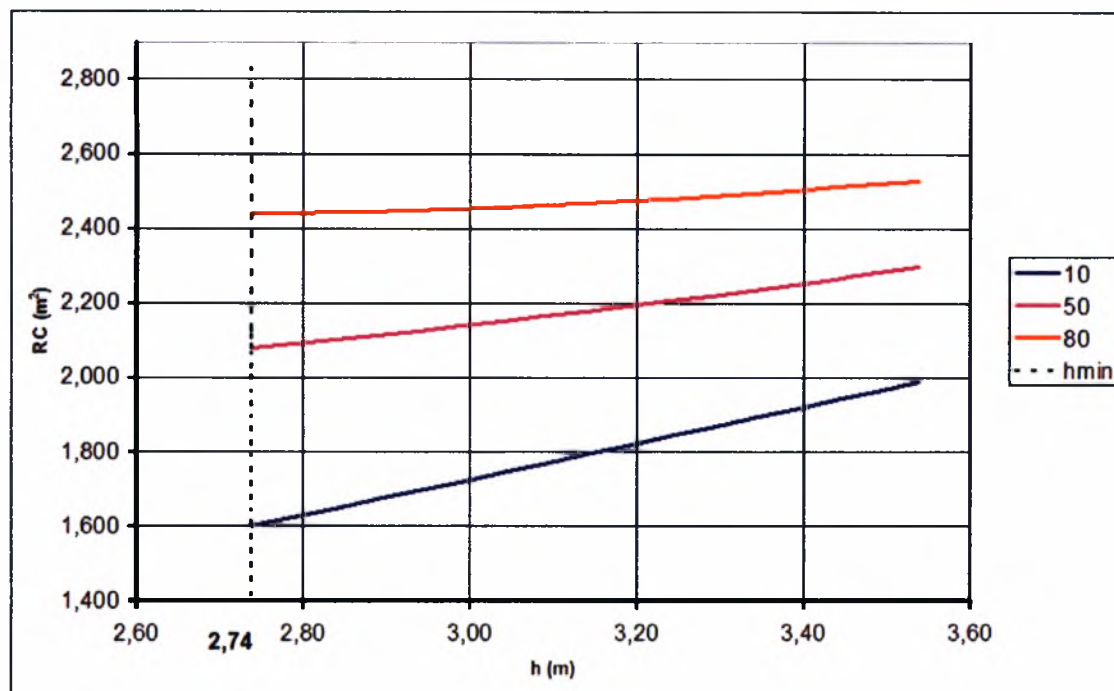
$$\blacksquare \quad G' + Q = 400 \text{ kN/m}$$

No. Επ.	h (m)	L (m)	a (m)	1/P <sub>0</sub> (kN <sup>-1</sup> )	A <sub>C</sub> (m <sup>2</sup> )	A <sub>C</sub> /P <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> /kN)	P <sub>0</sub> (kN)	σ <sub>p0</sub> (MPa)	A <sub>S</sub> (cm <sup>2</sup> )	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =
										10	50	80	90	110	120	350	850	1000
RC <sub>1</sub>	RC <sub>2</sub>	RC <sub>3</sub>	RC <sub>4</sub>	RC <sub>5</sub>	RC <sub>6</sub>	RC <sub>7</sub>	RC <sub>8</sub>	RC <sub>9</sub>	RC <sub>9</sub>									
(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )									
1	2.74	20	1.055	7.4E-05	1.479	0.000109	13518.7	1125	120.167	1.599	2.080	2.440	2.560	2.801	2.921	5.685	11.693	13.495
2	2.79	20	1.055	7.6E-05	1.506	0.000114	13152.6	1125	116.912	1.623	2.090	2.441	2.558	2.792	2.909	5.598	11.443	13.197
3	2.84	20	1.086	7.81E-05	1.533	0.00012	12797.1	1125	113.752	1.646	2.101	2.443	2.556	2.784	2.898	5.514	11.202	12.908
4	2.89	20	1.119	8.03E-05	1.560	0.000125	12451.7	1125	110.682	1.670	2.113	2.445	2.556	2.777	2.888	5.434	10.968	12.628
5	2.94	20	1.152	8.25E-05	1.587	0.000131	12115.8	1125	107.696	1.694	2.125	2.448	2.556	2.771	2.879	5.356	10.741	12.356
6	2.99	20	1.186	8.48E-05	1.614	0.000137	11789.0	1125	104.791	1.719	2.138	2.452	2.557	2.766	2.871	5.281	10.521	12.093
7	3.04	20	1.222	8.72E-05	1.641	0.000143	11470.9	1125	101.963	1.743	2.151	2.456	2.558	2.762	2.864	5.209	10.308	11.837
8	3.09	20	1.258	8.96E-05	1.668	0.000149	11160.9	1125	99.208	1.767	2.164	2.461	2.561	2.759	2.858	5.140	10.100	11.589
9	3.14	20	1.296	9.21E-05	1.695	0.000156	10858.8	1125	96.523	1.791	2.177	2.467	2.563	2.756	2.853	5.073	9.899	11.347
10	3.19	20	1.335	9.47E-05	1.722	0.000163	10564.1	1125	93.904	1.816	2.191	2.473	2.567	2.755	2.849	5.008	9.704	11.112
11	3.24	20	1.375	9.73E-05	1.749	0.00017	10276.6	1125	91.347	1.840	2.205	2.479	2.571	2.754	2.845	4.946	9.513	10.883
12	3.29	20	1.416	0.0001	1.776	0.000178	9995.8	1125	88.852	1.865	2.220	2.487	2.575	2.753	2.842	4.886	9.328	10.661
13	3.34	20	1.459	0.000103	1.803	0.000185	9721.5	1125	86.413	1.889	2.235	2.494	2.580	2.753	2.840	4.827	9.148	10.444
14	3.39	20	1.503	0.000106	1.830	0.000194	9453.4	1125	84.030	1.914	2.250	2.502	2.586	2.754	2.838	4.771	8.972	10.233
16	3.44	20	1.549	0.000109	1.857	0.000202	9191.2	1125	81.700	1.938	2.265	2.510	2.592	2.755	2.837	4.716	8.801	10.027
16	3.49	20	1.597	0.000112	1.884	0.000211	8934.7	1125	79.419	1.963	2.281	2.519	2.598	2.757	2.837	4.663	8.634	9.826
17	3.54	20	1.646	0.000115	1.911	0.00022	8683.6	1125	77.187	1.988	2.297	2.528	2.605	2.760	2.837	4.612	8.472	9.629

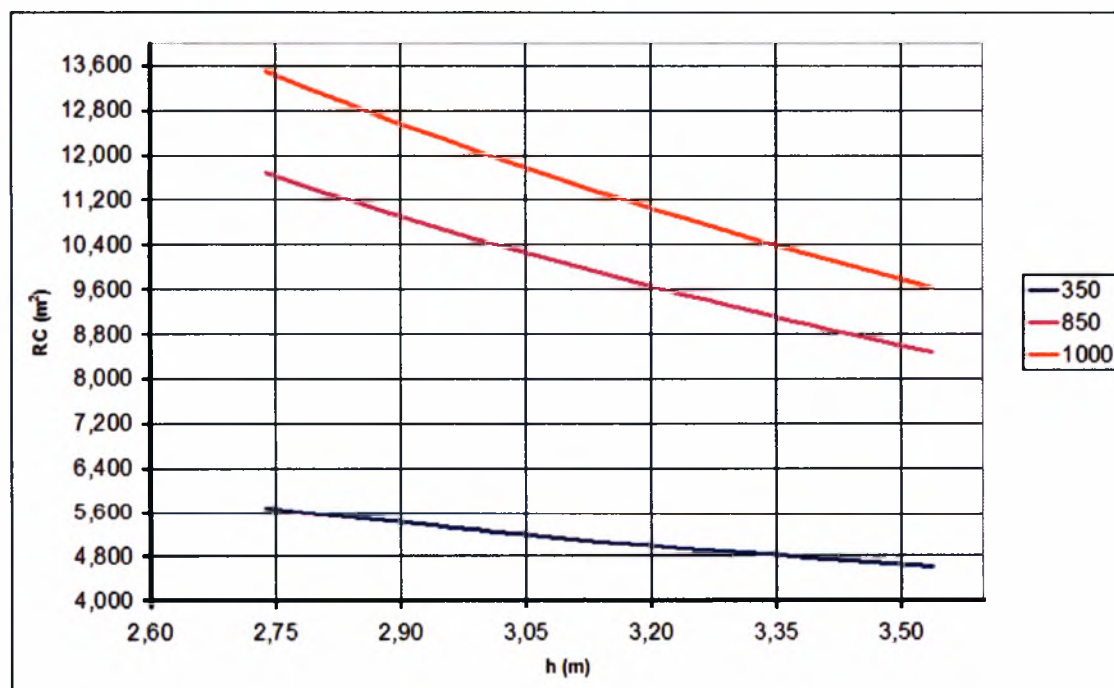
Πίνακας 5.10



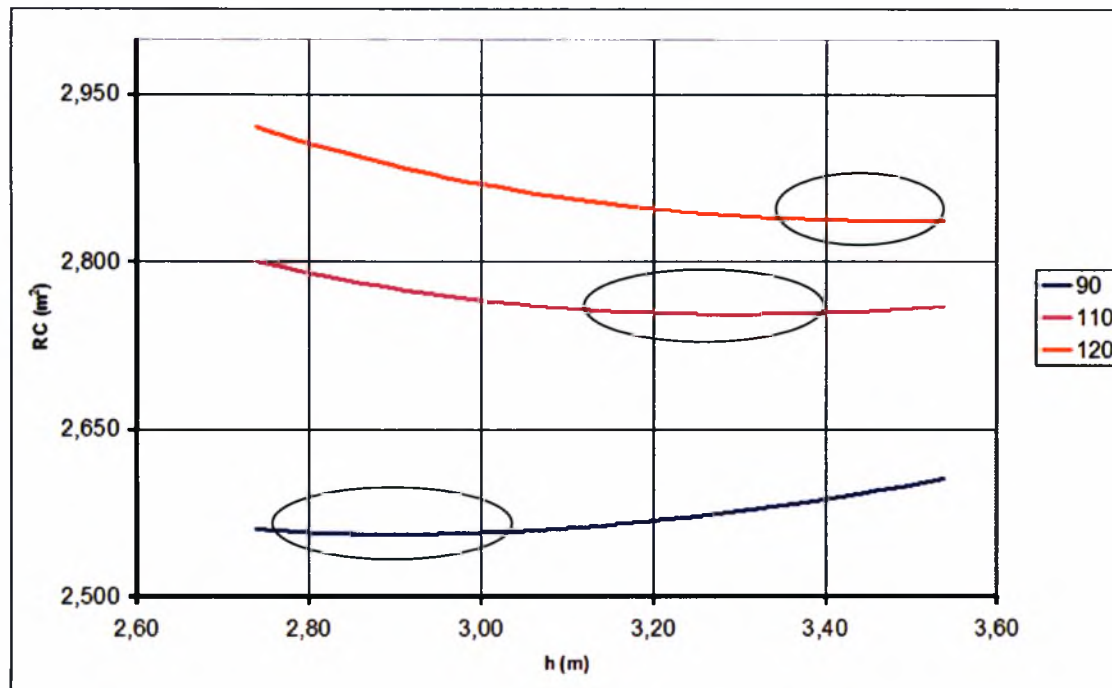
Σχήμα 5.14



Σχήμα 5.15



Σχήμα 5.16



Σχήμα 5.17

Παρατηρώ ότι η ενδιάμεση περιοχή (βλ. Σχήμα 5.17) συρρικνώνεται όσο αυξάνεται το φορτίο που ασκείται στην δοκό.

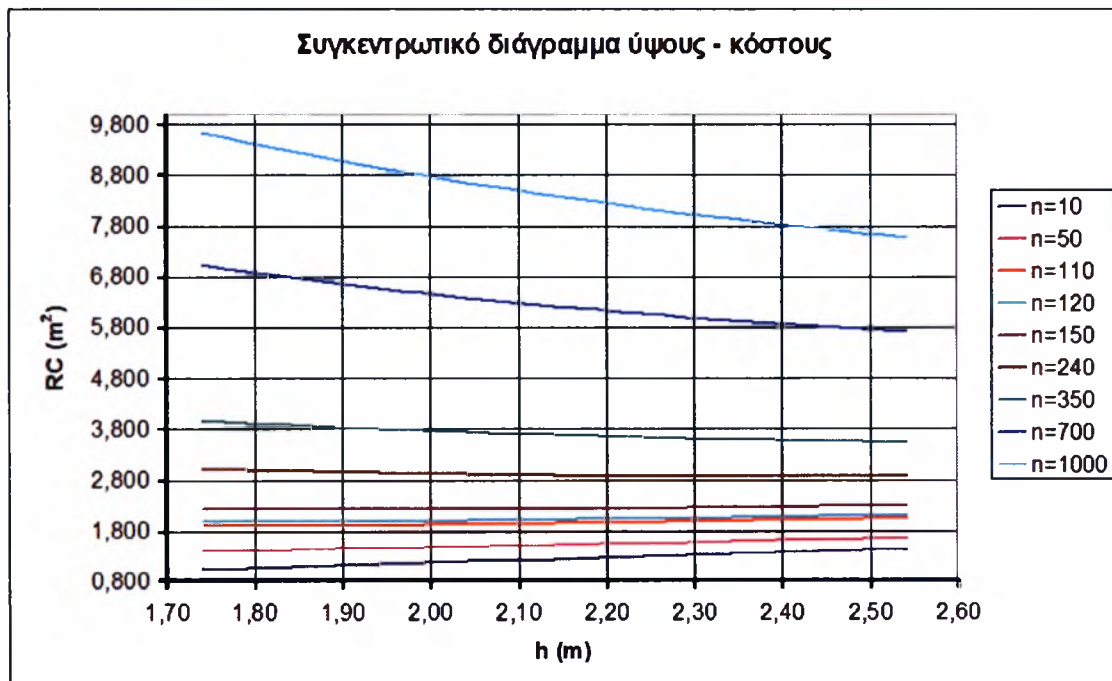
Παρακάτω παρατίθενται πίνακες και διαγράμματα επιλύσεων για μεγαλύτερο άνοιγμα,  $L = 35$  m για τις ίδιες περιπτώσεις φορτίων και την ίδια διατομή.

$$L = 35m$$

$$G' + Q = 50 \text{ kN/m}$$

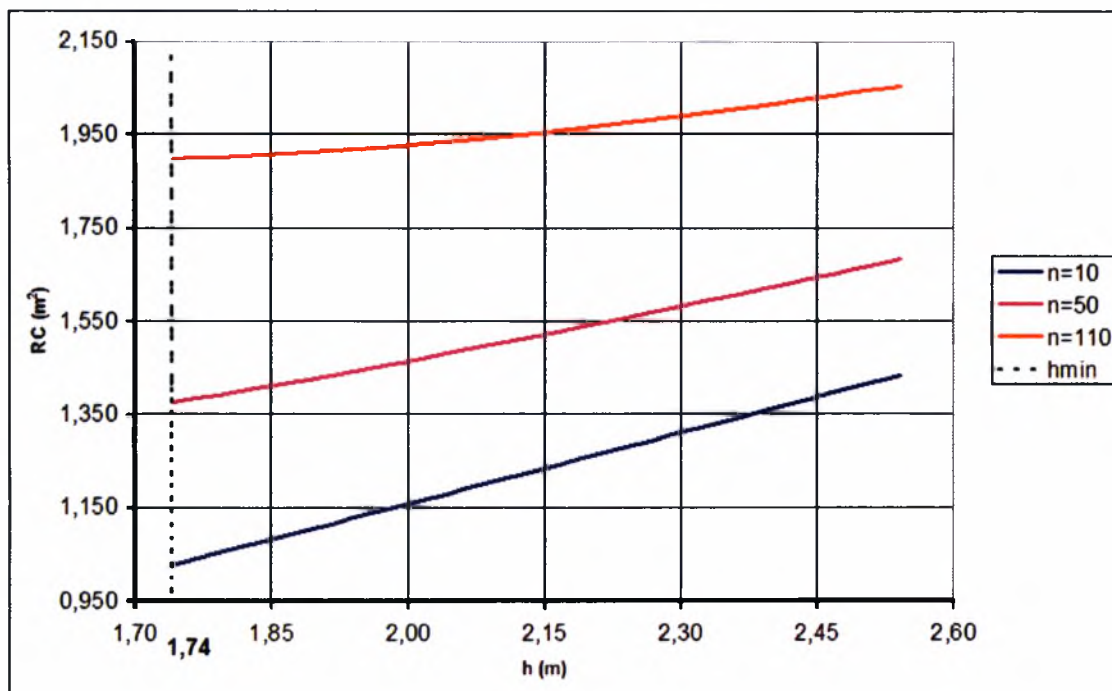
										n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =
										10	50	110	120	150	240	350	700	1000
No. Επ.	h	L	e	1/P <sub>0</sub>	A <sub>C</sub>	A <sub>C</sub> /P <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	σ <sub>p0</sub>	A <sub>s</sub>	RC <sub>1</sub>	RC <sub>2</sub>	RC <sub>3</sub>	RC <sub>4</sub>	RC <sub>5</sub>	RC <sub>6</sub>	RC <sub>7</sub>	RC <sub>8</sub>	RC <sub>9</sub>
	(m)	(m)	(m)	(kN <sup>-1</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> /kN)	(kN)	(MPa)	(cm <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )
1	1.74	35	0.835	0.000102	0.940	9.6E-05	9788.6	1125	87.010	1.027	1.375	1.897	1.984	2.245	3.028	3.985	7.031	9.641
2	1.79	35	0.835	0.000105	0.967	0.000101	9545.0	1125	84.845	1.052	1.391	1.900	1.985	2.240	3.003	3.937	6.906	9.452
3	1.84	35	0.861	0.000107	0.994	0.000107	9314.1	1125	82.792	1.077	1.408	1.905	1.988	2.236	2.981	3.892	6.790	9.273
4	1.89	35	0.886	0.00011	1.021	0.000112	9094.9	1125	80.844	1.102	1.425	1.910	1.991	2.234	2.961	3.851	6.680	9.105
5	1.94	35	0.912	0.000113	1.048	0.000118	8886.4	1125	78.990	1.127	1.443	1.917	1.996	2.233	2.944	3.813	6.577	8.947
6	1.99	35	0.938	0.000115	1.075	0.000124	8687.7	1125	77.224	1.152	1.461	1.925	2.002	2.233	2.928	3.778	6.481	8.798
7	2.04	35	0.963	0.000118	1.102	0.00013	8498.1	1125	75.538	1.178	1.480	1.933	2.009	2.235	2.915	3.746	6.390	8.656
8	2.09	35	0.989	0.00012	1.129	0.000136	8316.9	1125	73.928	1.203	1.499	1.942	2.016	2.238	2.903	3.717	6.304	8.522
9	2.14	35	1.014	0.000123	1.156	0.000142	8143.4	1125	72.386	1.229	1.518	1.952	2.025	2.242	2.893	3.690	6.223	8.395
10	2.19	35	1.040	0.000125	1.183	0.000148	7977.2	1125	70.908	1.254	1.538	1.963	2.034	2.247	2.885	3.665	6.147	8.274
11	2.24	35	1.065	0.000128	1.210	0.000155	7817.7	1125	69.490	1.280	1.558	1.975	2.044	2.252	2.878	3.642	6.074	8.159
12	2.29	35	1.091	0.00013	1.237	0.000161	7664.4	1125	68.128	1.305	1.578	1.987	2.055	2.259	2.872	3.622	6.006	8.050
13	2.34	35	1.116	0.000133	1.264	0.000168	7516.9	1125	66.817	1.331	1.598	1.999	2.066	2.266	2.868	3.603	5.941	7.946
14	2.39	35	1.142	0.000136	1.291	0.000175	7375.0	1125	65.555	1.357	1.619	2.012	2.078	2.274	2.864	3.586	5.880	7.847
16	2.44	35	1.168	0.000138	1.318	0.000182	7238.1	1125	64.338	1.382	1.640	2.026	2.090	2.283	2.862	3.570	5.822	7.752
16	2.49	35	1.193	0.000141	1.345	0.000189	7105.9	1125	63.164	1.408	1.661	2.040	2.103	2.293	2.861	3.556	5.767	7.662
17	2.54	35	1.219	0.000143	1.372	0.000197	6978.3	1125	62.029	1.434	1.682	2.054	2.116	2.303	2.861	3.543	5.714	7.575

Πίνακας 5.11

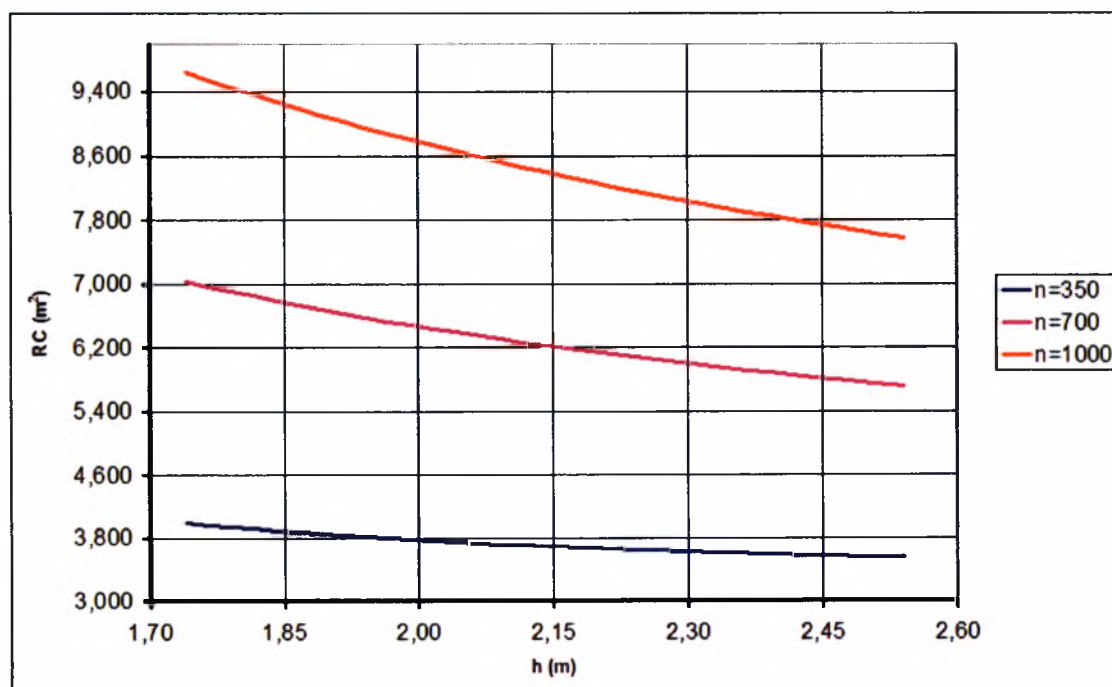


Σχήμα 5.18



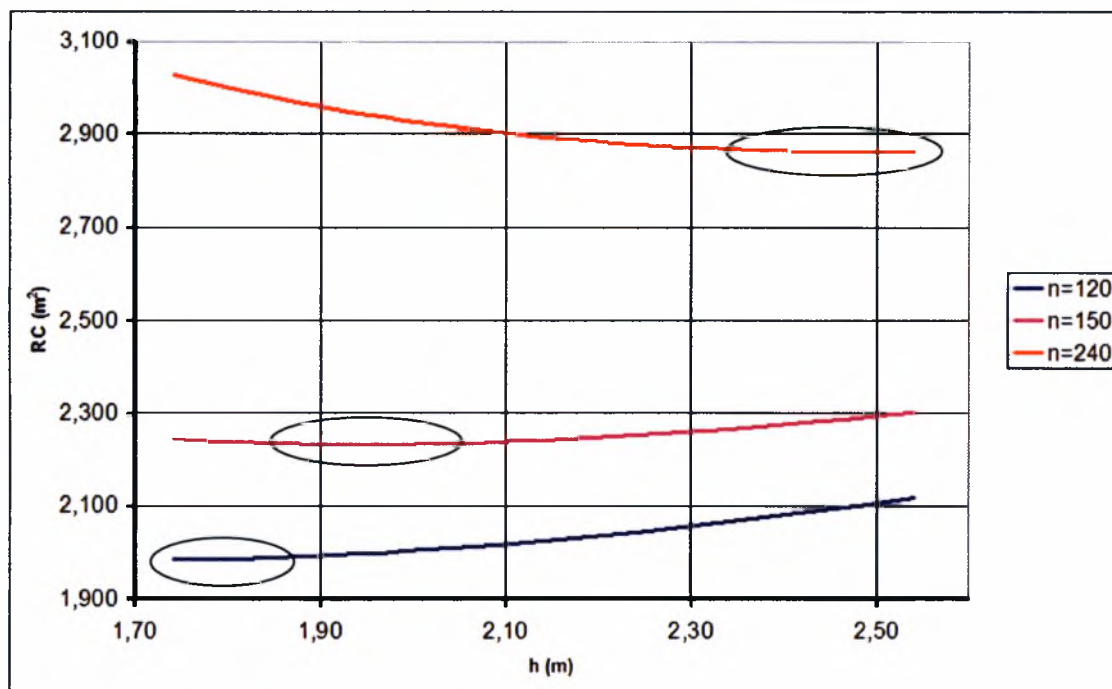


Σχήμα 5.19



Σχήμα 5.20



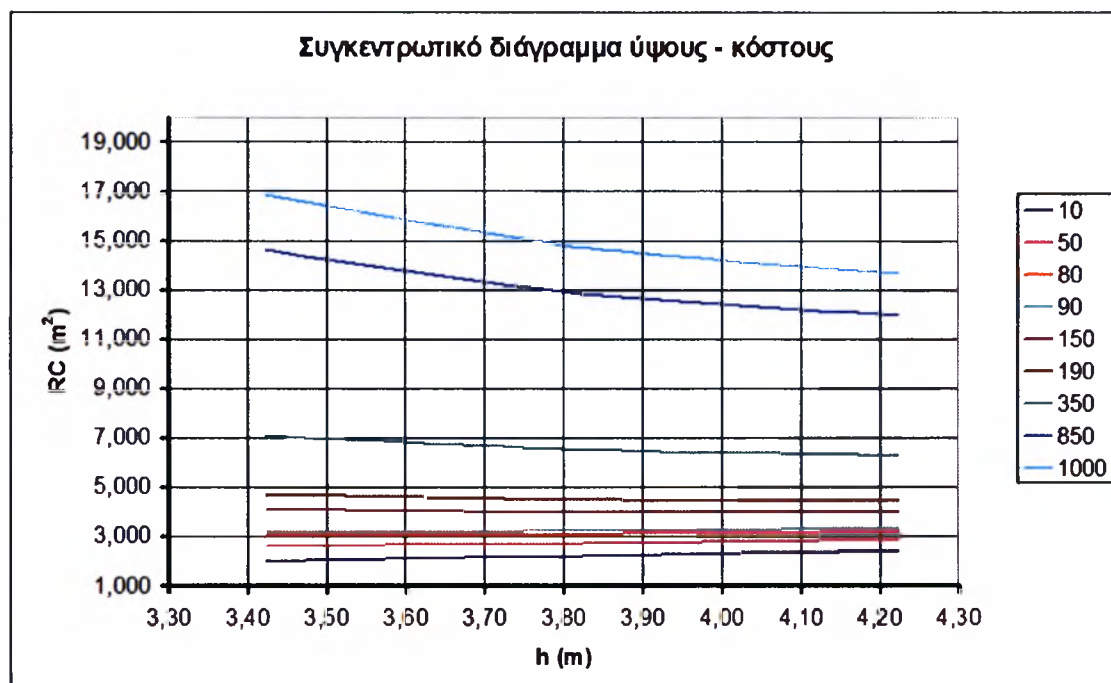


Σχήμα 5.21

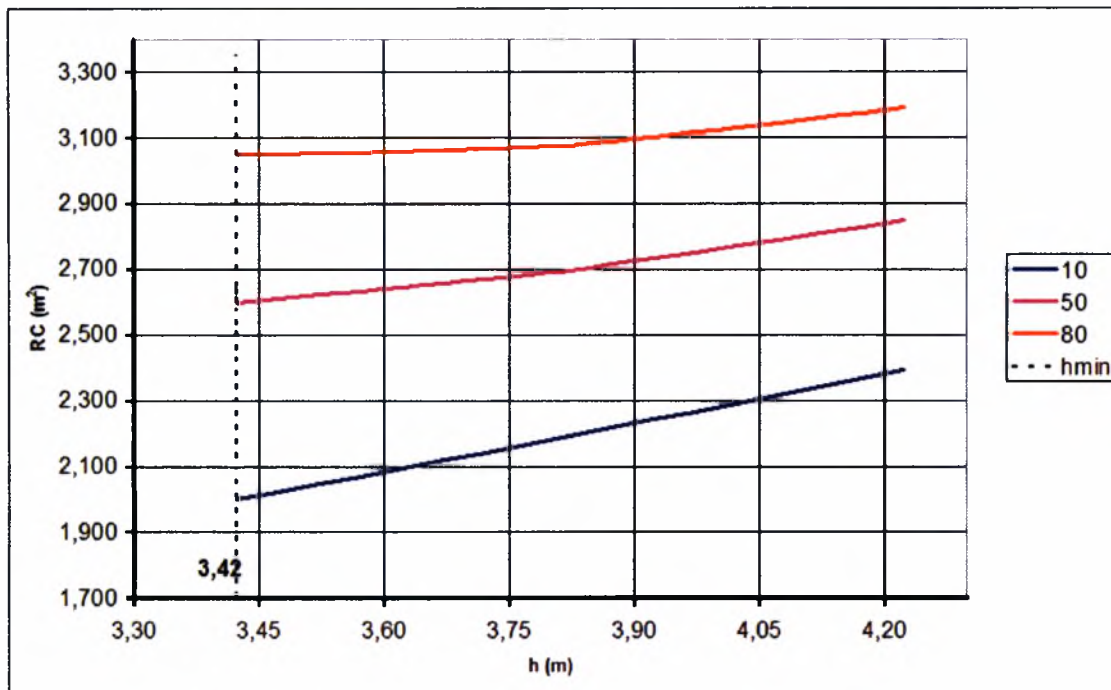
▪  $G' + Q = 200 \text{ kN/m}$

										n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =
										10	50	80	90	150	190	350	850	1000
No. Επ.	h	L	a	1/P <sub>0</sub>	A <sub>c</sub>	A <sub>c</sub> /P <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	σ <sub>ρδ</sub>	A <sub>s</sub>	RC <sub>1</sub>	RC <sub>2</sub>	RC <sub>3</sub>	RC <sub>4</sub>	RC <sub>5</sub>	RC <sub>6</sub>	RC <sub>7</sub>	RC <sub>8</sub>	RC <sub>9</sub>
	(m)	(m)	(m)	(kN <sup>-1</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> /kN)	(kN)	(MPa)	(cm <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )
1	3.42	35	1.567	5.92E-05	1.848	0.000109	16899.3	1125	150.216	1.999	2.600	3.050	3.200	4.102	4.703	7.106	14.617	16.870
2	3.47	35	1.567	6.05E-05	1.875	0.000113	16538.1	1125	147.006	2.022	2.611	3.052	3.199	4.081	4.669	7.021	14.371	16.576
3	3.52	35	1.608	6.18E-05	1.902	0.000118	16185.4	1125	143.871	2.046	2.622	3.053	3.197	4.061	4.636	6.938	14.131	16.290
4	3.57	35	1.649	6.31E-05	1.929	0.000122	15840.8	1125	140.807	2.070	2.634	3.056	3.197	4.042	4.605	6.858	13.898	16.010
5	3.62	35	1.692	6.45E-05	1.956	0.000126	15503.9	1125	137.812	2.094	2.646	3.059	3.197	4.024	4.575	6.780	13.671	15.738
6	3.67	35	1.735	6.59E-05	1.983	0.000131	15174.4	1125	134.883	2.118	2.658	3.063	3.197	4.007	4.546	6.704	13.449	15.472
7	3.72	35	1.780	6.73E-05	2.010	0.000135	14852.0	1125	132.018	2.143	2.671	3.067	3.199	3.991	4.519	6.631	13.232	15.212
8	3.77	35	1.826	6.88E-05	2.037	0.00014	14536.5	1125	129.213	2.167	2.684	3.071	3.200	3.976	4.493	6.560	13.021	14.959
9	3.82	35	1.872	7.03E-05	2.064	0.000145	14227.5	1125	126.467	2.191	2.697	3.076	3.203	3.961	4.467	6.491	12.814	14.711
10	3.87	35	1.900	7.13E-05	2.091	0.000149	14026.2	1125	124.677	2.216	2.715	3.089	3.214	3.962	4.460	6.455	12.689	14.559
11	3.92	35	1.925	7.23E-05	2.118	0.000153	13837.5	1125	123.000	2.241	2.733	3.102	3.225	3.963	4.455	6.423	12.574	14.419
12	3.97	35	1.951	7.32E-05	2.145	0.000157	13653.1	1125	121.361	2.267	2.752	3.116	3.238	3.966	4.451	6.393	12.461	14.282
13	4.02	35	1.976	7.42E-05	2.172	0.000161	13472.9	1125	119.759	2.292	2.771	3.131	3.250	3.969	4.448	6.364	12.352	14.148
14	4.07	35	2.002	7.52E-05	2.199	0.000165	13296.6	1125	118.192	2.318	2.790	3.145	3.263	3.972	4.445	6.336	12.246	14.019
15	4.12	35	2.027	7.62E-05	2.226	0.00017	13124.1	1125	116.659	2.343	2.810	3.160	3.276	3.976	4.443	6.310	12.142	13.892
16	4.17	35	2.053	7.72E-05	2.253	0.000174	12955.3	1125	115.158	2.369	2.829	3.175	3.290	3.981	4.441	6.284	12.042	13.769
17	4.22	35	2.078	7.82E-05	2.280	0.000178	12790.0	1125	113.689	2.394	2.849	3.190	3.304	3.986	4.441	6.260	11.944	13.649

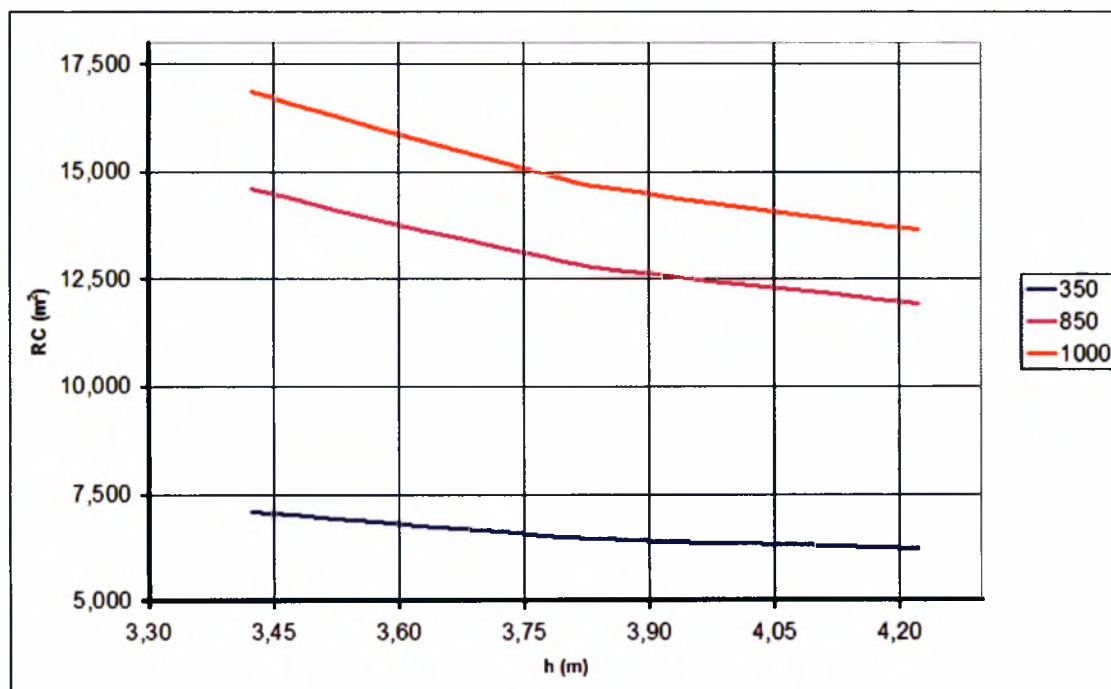
Πίνακας 5.12



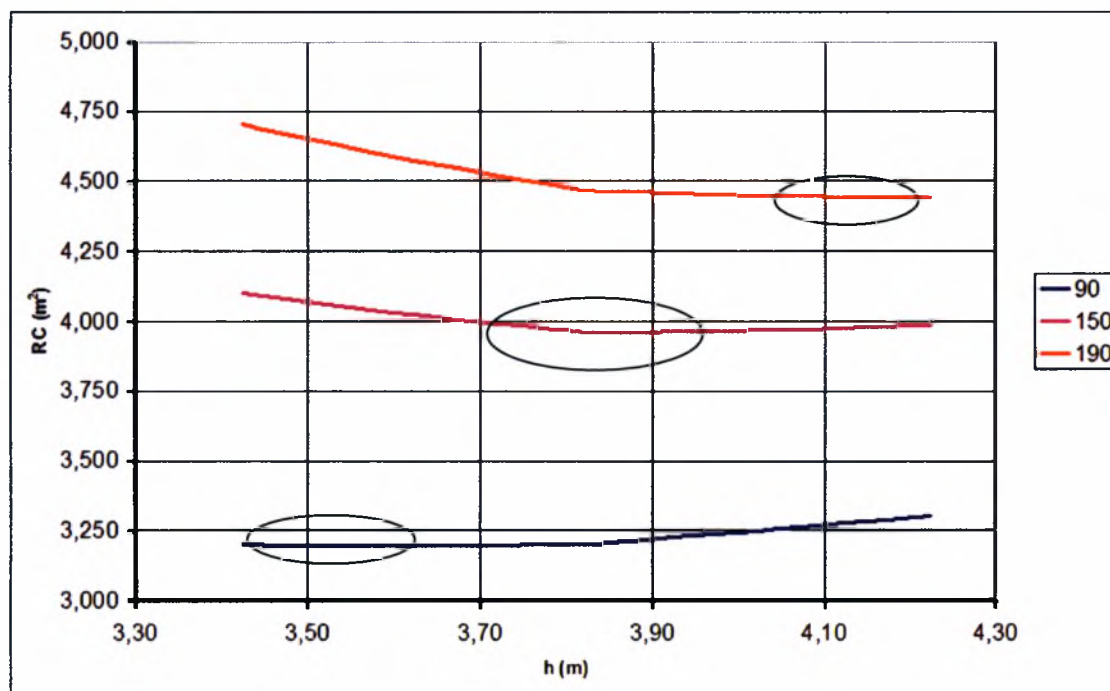
Σχήμα 5.22



Σχήμα 5.23



Σχήμα 5.24

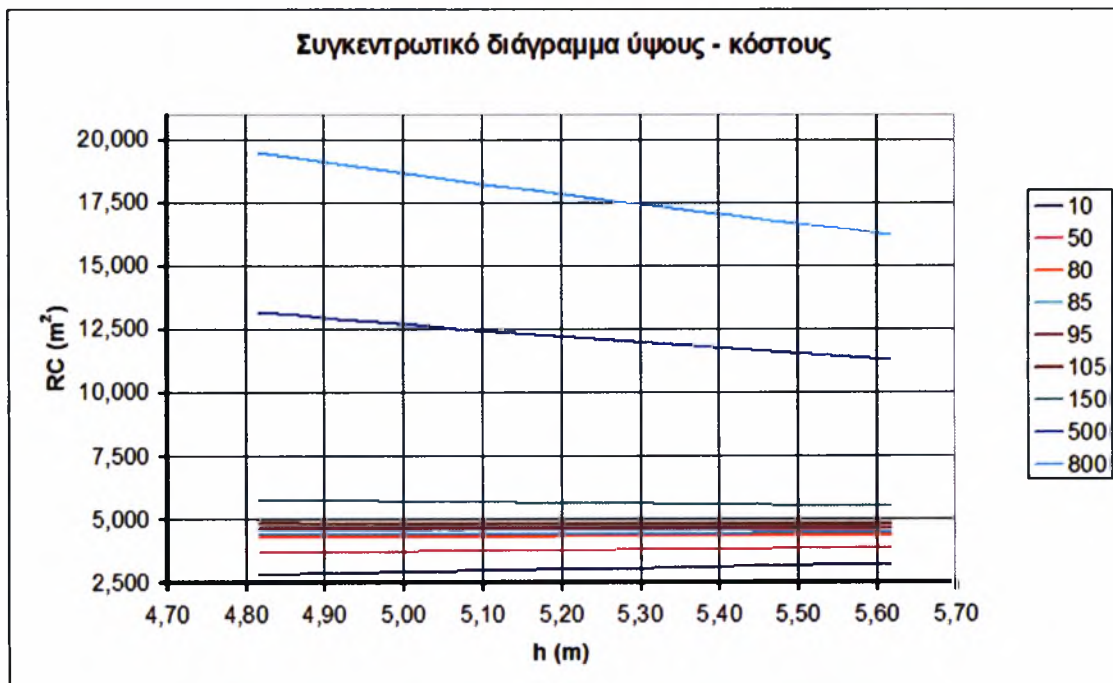


Σχήμα 5.25

$$G' + Q = 400 \text{ kN/m}$$

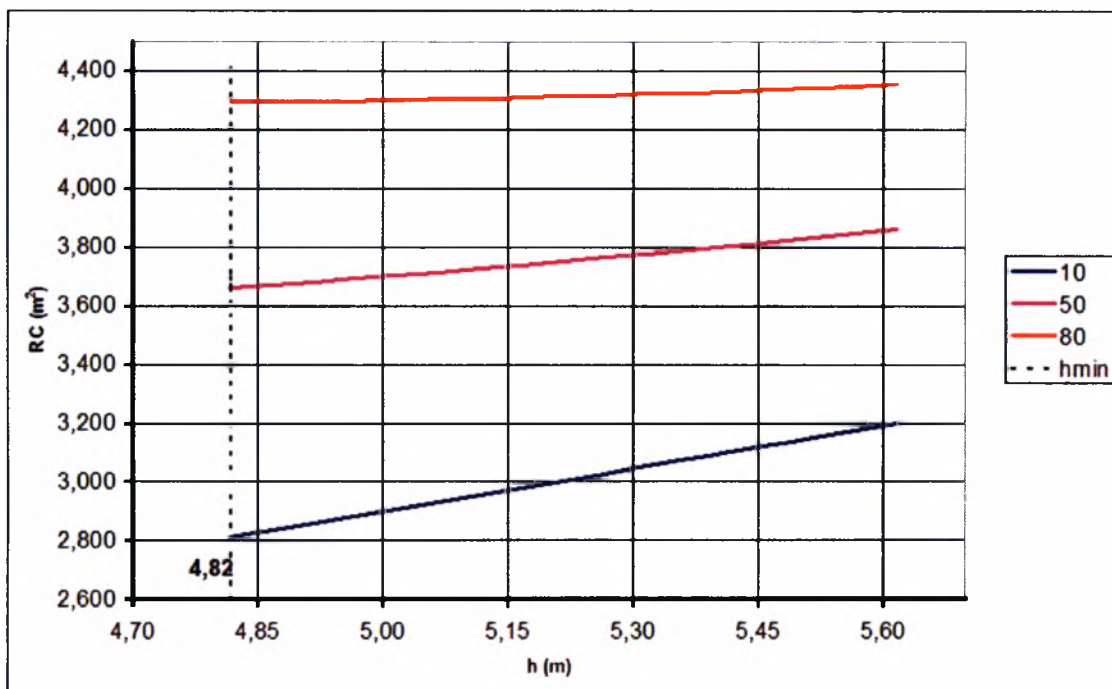
										n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =	n =
										10	50	80	85	95	105	150	500	800
Επ.	h	L	e	1/P <sub>0</sub>	A <sub>c</sub>	A <sub>c</sub> /P <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	σ <sub>p0</sub>	A <sub>s</sub>	RC <sub>1</sub>	RC <sub>2</sub>	RC <sub>3</sub>	RC <sub>4</sub>	RC <sub>5</sub>	RC <sub>6</sub>	RC <sub>7</sub>	RC <sub>8</sub>	RC <sub>9</sub>
	(m)	(m)	(m)	(kN <sup>-1</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> /kN)	(kN)	(MPa)	(cm <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )	(m <sup>2</sup> )
1	4.82	35	2.014	4.21E-05	2.601	0.000109	23780.2	1125	211.380	2.813	3.658	4.292	4.398	4.609	4.821	5.772	13.170	19.512
2	4.87	35	2.014	4.27E-05	2.628	0.000112	23414.9	1125	208.132	2.836	3.669	4.293	4.397	4.605	4.814	5.750	13.035	19.279
3	4.92	35	2.050	4.34E-05	2.655	0.000115	23055.6	1125	204.939	2.860	3.680	4.295	4.397	4.602	4.807	5.729	12.902	19.050
4	4.97	35	2.086	4.4E-05	2.682	0.000118	22702.3	1125	201.799	2.884	3.691	4.297	4.397	4.599	4.801	5.709	12.772	18.826
5	5.02	35	2.123	4.47E-05	2.709	0.000121	22354.8	1125	198.709	2.908	3.703	4.299	4.398	4.597	4.796	5.690	12.645	18.606
6	5.07	35	2.161	4.54E-05	2.736	0.000124	22012.8	1125	195.670	2.932	3.714	4.302	4.399	4.595	4.791	5.671	12.520	18.390
7	5.12	35	2.199	4.61E-05	2.763	0.000127	21676.3	1125	192.678	2.956	3.727	4.305	4.401	4.594	4.786	5.653	12.397	18.177
8	5.17	35	2.238	4.68E-05	2.790	0.000131	21345.0	1125	189.734	2.980	3.739	4.308	4.403	4.593	4.782	5.636	12.277	17.969
9	5.22	35	2.277	4.76E-05	2.817	0.000134	21018.9	1125	186.834	3.004	3.751	4.312	4.405	4.592	4.779	5.620	12.159	17.764
10	5.27	35	2.317	4.83E-05	2.844	0.000137	20697.7	1125	183.979	3.028	3.764	4.316	4.408	4.592	4.776	5.604	12.043	17.562
11	5.32	35	2.358	4.91E-05	2.871	0.000141	20381.3	1125	181.167	3.052	3.777	4.320	4.411	4.592	4.773	5.589	11.929	17.365
12	5.37	35	2.399	4.98E-05	2.898	0.000144	20069.6	1125	178.397	3.077	3.790	4.325	4.415	4.593	4.771	5.574	11.818	17.170
13	5.42	35	2.442	5.06E-05	2.925	0.000148	19762.5	1125	175.667	3.101	3.803	4.330	4.418	4.594	4.770	5.560	11.708	16.978
14	5.47	35	2.485	5.14E-05	2.952	0.000152	19459.8	1125	172.976	3.125	3.817	4.336	4.422	4.595	4.768	5.547	11.601	16.790
16	5.52	35	2.528	5.22E-05	2.979	0.000155	19161.5	1125	170.324	3.149	3.831	4.342	4.427	4.597	4.768	5.534	11.495	16.605
16	5.57	35	2.573	5.3E-05	3.006	0.000159	18867.3	1125	167.710	3.174	3.845	4.348	4.432	4.599	4.767	5.522	11.392	16.423
17	5.62	35	2.618	5.38E-05	3.033	0.000163	18677.3	1125	165.131	3.198	3.859	4.354	4.437	4.602	4.767	5.510	11.290	16.244

Πίνακας 5.13

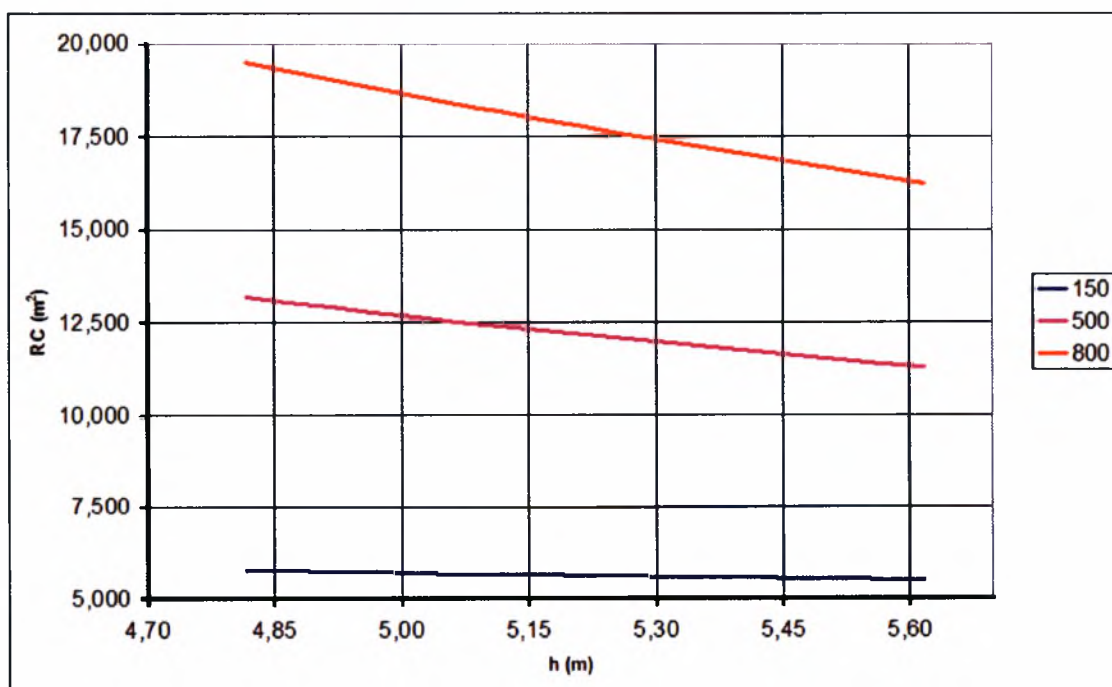


Σχήμα 5.26



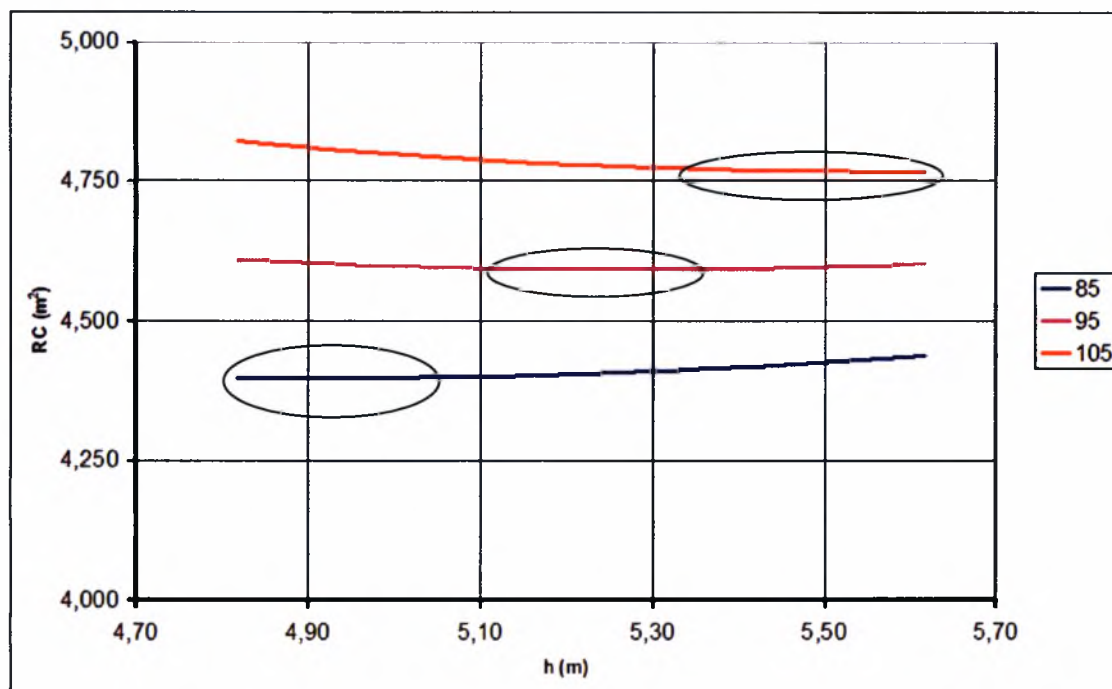


Σχήμα 5.27



Σχήμα 5.28





Σχήμα 5.29

Τελικά προκύπτει ο παρακάτω πίνακας (βλ. Πίνακας 5.14) όπου για διάφορες τιμές του ανοίγματος  $L$  και διάφορα φορτία προκύπτει το αντίστοιχο  $h_{\min}$ , που φυσικά αντιστοιχεί και στο ελάχιστο εμβαδό διατομής σκυροδέματος  $A_C$  και το  $h$  για το οποίο έχουμε το ελάχιστο σχετικό κόστος  $RC$ . Ο πίνακας αφορά τιμή του σχετικού κόστους των δύο υλικών (σκυροδέματος και χάλυβα προέντασης) ίσο με  $n = 160$ , τιμή που προσεγγίζει τα ελληνικά δεδομένα και τιμές των σταθερών γεωμετρικών συντελεστών ίσες με αυτές που ορίστηκαν στην αρχή. Δηλαδή :

- $\lambda_1 = 0,2$
- $\lambda_2 = 0,1$
- $\lambda_3 = 3$
- $\lambda_4 = 5$

και

- Προεντεταμένο σκυρόδεμα C35
- Χάλυβα προέντασης S 1500/1770

n = 160						
G+Q (kN/m)	50		200		400	
L	$h_{min} / G_0$	$h_{RCmin} / G_0$	$h_{min} / G_0$	$h_{RCmin} / G_0$	$h_{min} / G_0$	$h_{RCmin} / G_0$
(m)	(m) / (kN/m)	(m) / (kN/m)	(m) / (kN/m)	(m) / (kN/m)	(m) / (kN/m)	(m) / (kN/m)
20	0,98 / 13,23	1,18 / 15,93	1,94 / 26,23	2,44 / 32,98	2,74 / 36,98	> 3,50 / > 45
25	1,23 / 16,63	1,47 / 19,75	2,43 / 32,85	2,93 / 39,60	3,42 / 46,30	> 4,00 / > 50
30	1,49 / 20,05	1,76 / 23,75	2,93 / 39,53	3,43 / 46,23	4,12 / 55,65	> 4,50 / > 60
35	1,74 / 23,50	2,01 / 27,25	3,42 / 46,20	3,88 / 52,50	4,82 / 65,03	> 5,50 / > 70
40	2,00 / 27,00	2,28 / 30,75	3,92 / 52,95	4,41 / 59,50	5,52 / 74,45	> 6,00 / > 80

Πίνακας 5.14

### ➤ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Όπως προέκυψε λοιπόν από τα αποτελέσματα όλων των προηγούμενων επιλύσεων το ελάχιστο κόστος μίας διατομής γεωμετρίας διπλού T που ανήκει σε αμφιέριστη δοκό, δεν βρίσκεται πάντα στο ελάχιστο εμβαδόν διατομής σκυροδέματος  $A_C$ . Αυτό παρατηρείται σίγουρα για πολύ μικρές τιμές του σχετικού κόστους των δύο υλικών  $n$  και για μικρές τιμές των φορτίων και για μικρά ανοίγματα.

Εντοπίζονται όμως ορισμένες τιμές του σχετικού κόστους των δύο υλικών  $n$  στις οποίες το διάγραμμα του σχετικού κόστους συναρτήσει του ύψους εμφανίζει βέλτιστο, δηλαδή ελάχιστο κόστος, για τιμές του ύψους της διατομής  $h$  μεγαλύτερες από αυτήν που αντιστοιχεί στο ελάχιστο εμβαδό διατομής σκυροδέματος  $A_C$ . Στην περίπτωση αυτή υπάρχει τρόπος επίλυσης και εύρεσης του ελάχιστου κόστους δημιουργώντας ένα απλό γραμμικό μαθηματικό μοντέλο έχοντας ως περιορισμούς τις εξισώσεις των επιτρεπόμενων τάσεων καθώς και την μέγιστη διαθέσιμη εκκεντρότητα της δοκού.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000091704